Малышкина Светлана Юрьевна

Учитель математики МКОУ «Горбуновская СОШ»

села Горбуновское Талицкого района Свердловской области

Материалы к урокам по теме «Комбинаторика. Статистика. Теория вероятностей»

.

## 1 раздел. Комбинаторика.

*Это нужно знать!*

*Комбинаторика – это раздел математики, в котором исследуются и решаются задачи выбора элементов из исходного множества и расположения их в некоторой комбинации, составленной по заданным правилам.*

*Извлечённые из исходного множества m элементов составляют выборку; из элементов выборки в соответствии с заданными правилами строится (или составляется) комбинация элементов.*

***Правило умножения.*** *Пусть требуется выполнить одно за другим какие-то m действий. Если первое действие можно выполнить n1 способами, второе действие – n2 способами, третье – n3 способами и так до m-го действия, которое можно выполнить nm способами, то все m действий вместе могут быть выполнены n1⋅ n2⋅ n3⋅… nm способами.*

*Пример. Четыре мальчика и четыре девочки садятся на 8 расположенных подряд стульев, причём мальчики садятся на места с чётными номерами, а девочки – на места с нечётными номерами. Сколькими способами это можно сделать?*

*Решение: Первый мальчик может сесть на любое из четырёх чётных мест, второй – на любое из оставшихся трёх мест, третий – на любое из оставшихся двух мест. Последнему мальчику предоставляется всего одна возможность. Согласно правилу умножения, мальчики могут занять 4 места 4⋅3⋅2⋅1=24 способами. Столько же возможностей имеют и девочки. Таким образом, согласно правилу умножения, мальчики и девочки могут занять все стулья 24⋅24=576 способами.*

*Ответ: 576 способами*.

Решение примерных задач из работ ГИА.

1)Выписаны в порядке возрастания все трёхзначные числа, в записи которых используются только цифры 0, 2, 4, 6. Какое число следует за числом 426?

Решение: В условии задачи не сказано, что числа не повторяются, значит можно составлять числа с повторениями. Число единиц увеличить нельзя, там стоит цифра 6. Число десятков увеличить можно: цифру 2 заменить 4. После этого в разряд единиц можно поставит наименьшее число 0.

Ответ. 440.

2)В коробке лежат четыре шара: белый, красный, синий, зелёный. Из неё вынимают два шара. Сколько существует способов сделать это?

Решение: Выпишем всевозможные пары шаров: бк, бс, бз, кс, кз, сз.

Ответ. 6.

3) Из класса, в котором учится 15 девочек и 10 мальчиков, нужно выбрать одну девочку и одного мальчика для ведения вечера. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: По правилу умножения. Девочку можно выбрать 15 способами, мальчика – 10, а пару девочка-мальчик: 15\*10= 150.

Ответ. 150.

4) В чемпионате по футболу играет 10 команд. Сколькими способами могут распределиться три призовых места?

Решение: На первое место претендует 10 команд, на второе будет уже претендовать 9 команд, а на третье-8. По правилу умножения всего способов будет 10\*9\*8=720.

Ответ. 720.

5)В конференции участвовало 30 человек. Каждый участник с каждым обменялся визитной карточкой. Сколько всего понадобилось карточек?

Решение: Каждый участник раздал 29 карточек. Значит, понадобилось 30\*29=870 карточек.

Ответ. 870.

6) 5 человек обменялись рукопожатиями. Сколько рукопожатий было?

Решение: Каждый человек пожал руки 4 раза, но рукопожатие Иванова-Сидорова одинаково, что Сидорова-Иванова. Значит, количество рукопожатий будет 5\*4:2=10.

Ответ10.

7) Сколько нечётных трёхзначных чисел можно составить помощью цифр 3, 4, 5, 6? (Цифры могут повторяться)

Решение: На первое место можно поставить любую из четырёх цифр, на второе - тоже любую, на третье с учётом условия, что число нечётное, можно поставить две цифры. По правилу умножения количество чисел будет равно 4\*4\*2=32.

Ответ. 32.

Для самостоятельного решения.

1)Выписаны в порядке возрастания все трёхзначные числа, в записи которых используются только цифры 1,3,5,7. Какое число следует за числом 537?

2) В коробке лежат четыре шара: два белых, красный, зелёный. Из неё вынимают два шара. Сколько существует различных вариантов вынуть два шара разного цвета?

3)В классе 13 девочек и 10 мальчиков. Сколькими различными способами можно назначить двух дежурных: мальчик+девочка?

4)Сколькими способами можно рассадить четырёх детей на четырёх стульях в детском саду?

5)Шестеро друзей сыграли между собой по одной партии в шахматы. Сколько всего партий было сыграно?

6)Сколько трёхзначных чисел можно составить с помощью цифр 0,3,6,9?

7)В меню школьной столовой 2 разных супа, 4 вторых блюда и 3 вида сока. Сколько можно составить вариантов обеда из трёх блюд?

8) . Девятиклассники Миша, Дима, Антон и Саша побежали на перемене к теннисному столу, за которым уже шла игра. Сколькими способами подбежавшие к столу четверо девятиклассников могут занять очередь для игры в настольный теннис?

Ответы. 1) 551; 2) 3; 3)130); 4) 24; 5) 15; 6) 48; 7)24.

# 2 раздел. Вероятность.

Уметь:

-вычислять вероятность события в классической модели;

-находить относительную частоту и вероятность случайного события, используя готовые статистические данные.

*Это нужно знать!*

*Вероятность события – это численная мера объективной возможности его появления.*

*Вероятность Р(А) наступления события А вычисляется как отношение числа исходов, благоприятствующих наступлению события, к числу всех исходов испытания.*

*Если N – число всех исходов испытания, а М – число исходов, благоприятствующих событию А, то .*

*Свойства вероятности*

*1. Вероятность достоверного события равна 1: . 2.Вероятность невозможного события равна 0: *

*3.Сумма вероятностей противоположных событий равна 1: .*

*Пример. Таня забыла последнюю цифру номера телефона знакомой девочки и набрала её наугад. Какова вероятность того, что Таня попала к своей знакомой?*

*Решение: На последнем месте в номере телефона может стоять одна из 10 цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; n=10; все предыдущие цифры никакого значения не имеют. Из n=10 только одна цифра верная, поэтому m=1. вероятность события А, состоящего в том, что, набрав последнюю цифру номера наугад, Таня попала к своей знакомой, равна =.*

*Пример. Вероятность попадания некоторым стрелком по бегущей мишени равна 0,8. какова вероятность того, что этот стрелок промахнётся , сделав выстрел?*

*Решение: Пусть событие А – попадание по мишени, тогда Р(А)=0,8. Событие  - промах. = 1-Р(А)=1-0,8=0,2.Ответ: 0,2.*

*Относительной частотой события А в данной серии испытаний называют отношение числа испытаний М, в которых это событие произошло, к числу всех проведённых испытаний N, при этом число М называют абсолютной частотой или частотой события А.*

*Относительную частоту события А обозначают , поэтому по определению: .*

*Пример. Во время тренировки в стрельбе по цели было сделано 30 выстрелов и зарегистрировано 26 попаданий. Какова относительная частота попадания по цели в данной серии выстрелов?*

*Решение: Событие А – попадание по цели произошло в 26 случаях, т.е. М=26. Общее число испытаний N=30, поэтому =.Ответ: *.

Решение примерных задач из ГИА.

1)Доля брака при производстве процессоров составляет 0,05%. С какой вероятностью процессор только что купленного компьютера окажется исправным?

Решение: Процент исправных процессоров будет равен

100%-0,05%=99,95% Искомая вероятность равна 99,95/100=0.9995

Ответ. 0,9995.

2)Из слова ЭКЗАМЕН случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность того, что она окажется согласной?

Решение: Всего исходов (букв) – 7. Значит n=7. Благоприятных исходов(согласных букв) – 4. M=4. Поэтому вероятность равна 4/7.

Ответ.4/7.

3)Из класса, в котором учится 15 мальчиков и 10 девочек, выбирают по жребию дежурного. Какова вероятность того, что это будет девочка?

Решение: Всего исходов (детей в классе) n= 15+10=25. Благоприятных исходов (девочек) m= 10. Р =10/25=2/5. Ответ. 2/5.

4) Одновременно бросают 2 монеты. С какой вероятностью на них выпадут два орла?

Решение: Возможны исходы: ОО, ОР, РР, РО. n=4. Благоприятных исходов m=1. Вероятность равна ¼.

Ответ.1/4.

5) Для украшения ёлки принесли коробку, в которой находится 10 красных, 7 зелёных, 5 синих и 8 золотых шаров. Из коробки наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что он окажется: а) красным; б) золотым?

Решение*:* В коробке было всего 10+7+5+8=30 шаров, исход – изъятие одного шара определённого цвета. Рассмотрим события: а) А – «вынутый шар оказался красным»; *mA*=10; =. б) В – «вынутый шар оказался золотым»; *mB*=8; =.Ответ*:* .

6) За лето на Черноморском побережье было 67 солнечных дней. Какова частота солнечных дней на побережье за лето? Частота пасмурных дней?

Решение: Лето длится три месяца. Всего 92 дня. Солнечных дней 67.. Пасмурных дней 92-67=25, 

Для самостоятельного решения.

1)Доля брака при производстве блоков питания составляет 0,25%. С какой вероятностью блок питания только что купленного компьютера окажется исправным?

2) Из слова ЭКЗАМЕН случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность того, что она окажется гласной?

3)В классе 20 мальчиков и 10 девочек. На класс дали один билет в цирк, который решено разыграть по жребию. Какова вероятность, что в цирк пойдёт мальчик?

4) Для выяснения качества семян было отобрано и высеяно в лабораторных условиях 1000 штук. 980 семян дали нормальный всход. Найдите частоту нормального всхода семян.

5)В ящике 2 красных и 2 синих шара. Из него, не глядя, вынимают два шара. Какова вероятность, что они будут разного цвета?

Ответы. 1) 0,9975; 2)3/7; 3)2/3; 4)0,98; 5)2/3.

3 раздел. Статистика.

Уметь:

- определять статистические характеристики, как среднее арифметическое, медиана, мода, выполняя при этом необходимые подсчёты;

- отвечать на простейшие вопросы статистического характера.

*Это нужно знать!*

***Статистика*** *- это наука, изучающая количественные показатели развития общества и общественного производства*

*Средним арифметическим нескольких чисел называется число, равное отношению суммы этих чисел к их количеству.*

*Пример: (23+18+25+20+25+25+32+37+34+26+34+25):12=*

*324:12=27*

*27-среднее арифметическое значение.*

*Размах - разность между наибольшим и наименьшим числом.*

*Пример. 23;18;25;20;25;25;32;37;34;26;25*

*Размах : 37-18=19*

*Модой ряда чисел называется число, наиболее встречающееся в данном ряду.*

*Пример.*

*23;18;25;20;25;25;32;37;34;26;25- модой данного ряда является число 25.*

*69,68,66,70,67,71,74,63,73,72- в данном ряду моды нет.*

*Медианой упорядоченного ряда чисел с нечетным числом членов называется число, записанное посередине.*

*Пример. 64,72,72,75,78,82,85,91,93. Медианой является число-78.*

*Медианой упорядоченного ряда чисел с четным числом членов называется среднее арифметическое двух чисел, записанных посередине.*

*Пример.*

*64,72,72,75,78,82,85,88,91,93. Медиана (78+82):2=80*.

Решение примерных задач из ГИА.

1)Из трёх кандидатов в сборную России по стрельбе из арбалета нужно отобрать двоих. Решено сделать этот отбор по относительной частоте попадания в мишень, которую они показали на тренировочных сборах. Результаты представлены в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Фамилия стрелка | Число выстрелов | Число попаданий |
| Лучкин | 120 | 100 |
| Арбалетов | 200 | 120 |
| Пулькин | 150 | 110 |

Кто из спортсменов будет включён в сборную?

Решение: Найдём относительную частоту. Лучкин: 100/120=5/6; Арбалетов: 120/200=3/5; Пулькин: 110/150= 11/15. Выберем два наибольших числа, сравнив дроби. Удобнее привести их к одному основанию 30.

5/6=25/30; 3/5=18/30; 11/15=22/30.

Ответ. В сборную войдут Лучкин и Пулькин.

2)Записан рост (в см) пяти учащихся: 149,136, 163, 152 ,145. Найдите разность среднего арифметического этого набора чисел и его медианы.

Решение: Среднее арифметическое этих чисел равно (149+136+163+152+145):5=149. Чтобы найти медиану, надо упорядочить ряд.

136,145,149,152,163. Медианой будет – 149. Найдём разность: 149-149=0.

Ответ. 0.

3)Вася измерял в течение недели время, которое он тратит на дорогу в школу и из школы, результаты записывал в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| День недели | пн | вт | ср | чт | пт | сб |
| Время до школы | 19 | 20 | 21 | 17 | 22 | 24 |
| Время из школы | 28 | 22 | 20 | 25 | 24 | 22 |

На сколько минут( в среднем) дорога из школы занимает у него больше времени, чем дорога в школу?

Решение: Найдём среднее время до школы: (19+20+21+17+22+24):6=20,5;

Найдём среднее время из школы: (28+22+20+25+24+22):6=23,5. Найдём разность 23,5-20,5=3.

Ответ. 3.

4) Президент компании получает зарплату 100000р. в месяц, четверо его заместителей – по 20000р., а 20 служащих компании – по 10000р. Найдите среднее арифметическое и медиану зарплат всех сотрудников компании.

Решение: Всего сотрудников компании 1+4+20=25человек. Среднее арифметическое равно (100 000+4\*20 000+20\*10 000):25= 15 200. Всего чисел 25, значит, медиана будет стоять на 13 месте. Если располагать в порядке возрастания, то первые 20 мест займут 10 000. Значит медиана – 10000р.

Ответ. 15 200р., 10 000р.

5) В течение четверти Юра получил следующие отметки по математике: две «двойки», пять «троек», четыре «четвёрки» и девять «пятёрок». Найдите среднее арифметическое и моду его оценок.

Решение: всего отметок получено 2+5+4+9=20. Среднее арифметическое равно (2\*2+5\*3+4\*4+9\*5):20=4. Больше всех по количеству получено отметок «пять». Значит, модой будет 5.

Ответ. 4; 5.

Для самостоятельного решения.

1)Из трёх вратарей в сборную России по хоккею нужно отобрать двоих. Решено сделать этот выбор по относительной частоте отражённых бросков. Которую они показали в чемпионате. Результаты представлены в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Фамилия вратаря | Число бросков | Число отражённых бросков |
| Третьяков | 120 | 100 |
| Четверухин | 140 | 110 |
| Пятаков | 160 | 140 |

Кто из вратарей будет включён в сборную?

2) Президент компании получает зарплату 150000р. в месяц, четверо его заместителей – по 25000р., а 20 служащих компании – по 5000р. Найдите среднее арифметическое и медиану зарплат всех сотрудников компании.

3) Записан возраст (в годах) семи сотрудников: 25,37,42,24, 33,50.27. Найдите разность среднего арифметического этого набора чисел и его медианы.

4) В течение четверти Юля получила следующие отметки по математике: одну «двойку», шесть «троек», три «четвёрки» и пять «пятёрок». Найдите среднее арифметическое и моду его оценок.

Ответ. 1)Третьяков и Пятаков; 2) 14000р., 5000р. 3)1; 4) 3,8; 3