Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение

«Средняя школа № 3» г.Хабаровск

Задание по алгебре для подготовки к ЕГЭ

Тема **«Задачи на целые числа»**

Автор: Онищук Елена Маратовна,

учитель математики МАОУ «Средняя школа № 3»

г.Хабаровск

г.Хабаровск

2019/2020 уч.г.

1. В таблице три столбца и несколько строк. В каждую клетку таблицы вписали по натуральному числу так, чтобы сумма всех чисел в первом столбце равна 103, во втором – 97, в третьем – 93, а сумма чисел в каждой строке больше 21, но меньше 24. Сколько всего строк в таблице?

Решение:

1) 103 + 97 + 93 = 293 – сумма всех чисел, вписанных в таблицу

2) пусть Х – сумма чисел, вписанных в одну строку, тогда 21 < Х < 24, но сумма всех чисел, вписанных в таблицу 293 (см п.1). Значит X может принимать значения 22 и 23. Найдем ограничения для числа строк:

293 : 22 = 13,32…

293 : 23 = 12,74… Таким образом, 12,74… < **число строк (N)** < 13,32…

3) Поскольку число строк – величина натуральная, то N = 13.

Ответ: 13

1. Список заданий викторины состоял из 25 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 7 очков, за неправильный ответ с него списывали 10 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 42 очка, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Решение:

1. Пусть число верных ответов Х, число неверных ответов – Y, число вопросов, на которые не даны ответы – Z. Всего вопросов было 25, значит и ответов тоже 25, т.е. X + Y + Z = 25.
2. По условию за верный ответ ученик получал 7 очков, за неверный – (- 10), при отсутствии ответа – 0 очков, т.е. 7 ∙ Х + (- 10 ∙ Y) + 0 ∙ Z = 42.

Отсюда X = (42 + 10Y) : 7 = 6 + $\frac{10}{7}$ Y

1. Поскольку Х – величина натуральная, то из предыдущего выражения Y может быть равен 7, 14, 21 и т.д. (кратно 7).

При Y = 7; Х = 6 + 10 = 16. Тогда Z = 25 – 7 – 16 = 2. Выполним проверку: 16 ∙ 7 + 7 ∙ (- 10) + 0 ∙ 2 = 102 – 70 = 42, что и является указанной в условии суммой.

Ответ: 16

1. Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, и на всех этажах одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нем 110 квартир?

Решение:

1) Пусть Х – число этажей в доме, Y – число подъездов, а Z – число квартир на каждом этаже. Тогда X ∙ Y ∙ Z = 110. По условию 1 < Y < Z < X.

2) Число 110 составное и при разложении на простые множители

110 = 11 ∙ 2 ∙ 5. Никакое другое разложение невозможно.

Учитывая, что 1 < Y < Z < X, имеем, 1 < 2 < 5 < 11. Таким образом, Х = 11.

Ответ: 11.

1. В таблице три столбца и несколько строк. В каждую клетку таблицы вписали по натуральному числу так, что сумма всех чисел в первом столбце равна 93, во втором – 107, в третьем – 123, а сумма чисел в каждой строке больше 19, но меньше 22. Сколько всего строк в таблице?

Решение:

1) 93 + 107 + 123 = 323 – сумма всех чисел, вписанных в таблицу.

2) Пусть Х – сумма чисел, вписанных в одну строку, тогда 19 < Х < 22, где сумма всех чисел, вписанных в таблицу 323 (см п.1). Значит Х может принимать значения 20 и 21. Найдем ограничения для числа строк:

323 : 20 = 16,15

323 : 21 = 15,38..… Таким образом, 15,38… < **число строк (N)** < 16,15

3) Поскольку число строк – величина натуральная, то N = 16.

Ответ: 16

1. В таблице три столбца и несколько строк. В каждую клетку таблицы вписали по натуральному числу так, что сумма всех чисел в первом столбце равна 119, во втором – 125, в третьем – 133, а сумма чисел в каждой строке больше 15, но меньше 18. Сколько всего строк в таблице?

Решение:

1) 119 + 125 + 133 = 377 – сумма всех чисел, вписанных в таблицу.

2) Пусть Х – сумма чисел, вписанных в одну строку, тогда 15 < Х < 18, но сумма всех чисел, вписанных в таблицу 377 (см п.1). Значит Х может принимать значения 16 и 17. Найдем ограничения для числа строк:

377 : 16 = 23,56…

377 : 17 = 22,18..… Таким образом, 22,18… < **число строк (N)** < 23,56

3) Поскольку число строк – величина натуральная, то N = 23.

Ответ: 23

1. В доме всего 18 квартир с номерами от 1 до 18. В каждой квартире живет не менее одного и не более трех человек. В квартирах с 1-й по 13-ю включительно живет суммарно 15 человек, а в квартирах с 11-й по 18-ю включительно живет суммарно 20 человек. Сколько всего человек живет в этом доме?

Решение:

1) Так как в первых 13-ти квартирах живет суммарно 15 человек, то это возможно в случаях, когда: а) в 11-ти квартирах живут по одному человеку, а в 12-й и 13-й по 2 человека; б) в 12-ти квартирах живет по одному человеку, а в одной квартире – три человека. То есть возможны ситуации, когда с 11-й по 13-ю квартиру суммарно проживают 3 человека (если в каждой по одному); 5 человек (в случаях, описанных выше).

2) По условию в квартирах с 11-й по 18-ю (это 8 квартир) живут суммарно 20 человек. Рассмотрим вышеуказанные ситуации. Если в квартирах с 11-й по 13-ю проживают 3 человека, тогда в оставшихся пяти квартирах проживают 20 – 3 = 17 человек, что невозможно, т.к по условию сказано, что число жильцов в одной квартире не превышает 3 человек. Значит, допущение, что с 11-й по 13-ю квартиру проживают 3 человека неверно.

Если в квартирах с 11-й по 13-ю проживают 5 человек, то в оставшихся пяти квартирах (с 14-й по 18-ю) проживают 20 – 5 = 15 человек, что не противоречит условию о том, что в квартире проживают не менее одного и не более трех человек. Таким образом, в квартирах с 14-й по 18-ю проживают 15 человек.

1. Итак, с 1-й по 10 -ю квартирах проживают 15 – 5 = 10 человек

 С 11-й по 13-ю проживают 5 человек и с 14-й по 18-ю квартиру проживают 15 человек.

1. 10 + 5 + 15 = 30 человек

Ответ: 30

1. Список заданий викторины состоял из 25 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 7 очков, за неправильный с него списывали 9 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 56 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Решение:

1. Пусть число верных ответов Х, число неверных ответов – Y, число вопросов, на которые не даны ответы – Z. Всего вопросов было 25, значит и ответов тоже 25, т.е. X + Y + Z = 25.
2. По условию за верный ответ ученик получал 7 очков, за неверный – (- 9), при отсутствии ответа – 0 очков, т.е. 7 ∙ Х + (- 9 ∙ Y) + 0 ∙ Z = 56.

Отсюда X = (56 + 9Y) : 7 = 8 + $\frac{9}{7}$ Y

1. Поскольку Х – величина натуральная, то из предыдущего выражения Y может быть равен 7, 14, 21 и т.д. (кратно 7).

При Y = 7; Х = 8 + 9 = 17. Тогда Z = 25 – 7 – 17 = 1. Выполним проверку: 17 ∙ 7 + 7 ∙ (- 9) + 0 ∙ 1 = 119 – 63 = 56, что и является указанной в условии суммой.

Ответ: 17

1. Если бы каждый из двух множителей увеличили на 1, то их произведение увеличилось бы на 3. На сколько увеличится произведение этих множителей, если каждый из них увеличить на 5?

Решение:

составим модель задачи:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | было | 1 изменение | 2 изменение |
| 1 множитель | Х | Х + 1 | X + 5 |
| 2 множитель | Y | Y + 1 | Y + 5 |
| произведение | Х∙ Y | (Х + 1) ∙ (Y + 1) | (X + 5) ∙ (Y + 5) |

1. После первого изменения разница в произведениях равна 1, т.е.

(Х + 1) ∙ (Y + 1) – Х ∙ Y = 1

Х ∙ Y + X + Y + 1 – X ∙ Y = 1

X + Y = 0

1. Найдем произведение множителей после 2-го изменения:

(X + 5) ∙ (Y + 5) = X ∙ Y + 5X + 5Y + 25 = XY + 5(X + Y) + 25 = XY + 5 ∙ 0 + 25 = XY + 25

1. Сравнивая результат с произведением первоначальных множителей, получаем ответ на вопрос. Произведение увеличится на 35.

Ответ: на 35.

1. В корзине лежат 30 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 12 грибов имеется хотя бы 1 рыжик, а среди любых 20 грибов – хотя бы 1 груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Решение:

1. Поскольку среди любых 12 грибов имеется хотя бы 1 рыжик, то груздей не может быть больше 11.
2. Поскольку среди любых 20 грибов – хотя бы 1 груздь, то число рыжиков не может быть больше 19.
3. По условию в корзине лежат 30 грибов, значит груздей – 11, рыжиков – 19.

 (11 + 19 = 30)

Ответ: 19

Источник:

ФИПИ (электронный ресурс), Открытый банк заданий ЕГЭ, Математика (базовый уровень), раздел «Уравнения и неравенства»

Режим доступа: <http://fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>