

План-конспект урока в 9 классе по алгебре по теме: «Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии»

*Учителя математики (учителя-практиканта) МОУ-ООШ №6 г. Аткарска
Нестеровой Натальи Сергеевны*

Тип урока: урок закрепления изученного материала.

Цель урока: закрепить умения и навыки применения формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии при решении задач.

Задачи урока:

Дидактические:

- закрепить навык решения задач и упражнений на нахождение суммы первых n членов арифметической прогрессии при решении задач;
- проверить степень усвоения изученного материала с помощью самостоятельной работы по данной теме.

Развивающие:

- развивать познавательный интерес учащихся;
- развивать умение выдвигать и обосновывать свои предположения.

Воспитательные:

- формировать потребность в самообразовании;
- воспитывать аккуратность, внимательность, наблюдательность

Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный

Оборудование: самостоятельная работа по теме «Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии».

Методические особенности: Урок разработан по учебнику: *Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / А45 [Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова] ; под ред. С. А. Теляковского. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2017. – 287 с. : ил.*

Ход урока

I. Организационный момент (1 минута).

II. Собственно урок (42 минуты)

1. Актуализация знаний – фронтальный опрос (5 минут)

Перед началом опроса 2 учащихся вызываются к доске для выведения формулы нахождения суммы первых n членов арифметической прогрессии (на боковых досках), все остальные отвечают на вопросы учителя.

– Что такое арифметическая прогрессия? // Арифметическая прогрессия – это последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.

– Что называют разностью прогрессии? // Разность прогрессии – это разность между любым членом арифметической прогрессии, начиная со второго, и предыдущим членом, то есть, $d = a_n - a_{n-1}$.

– По какой формуле можно найти n – ый член арифметической прогрессии? // $a_n = a_1 + d(n - 1)$.

– Сформулируйте характеристическое свойство арифметической прогрессии // Характеристическое свойство арифметической прогрессии: в арифметической прогрессии каждый член, начиная со второго, есть среднее арифметическое между предыдущим и последующим членами прогрессии.

Далее осуществляется проверка выведенных формул на доске.

2. Закрепление изученного материала – ответ с комментарием у доски (25 минут)

– Сегодня мы с вами продолжим решать задачи на использование формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии.

Выполняем №610, №612, № 616, № 617 (каждый номер один из учащихся решает у доски + комментарии учителя).

№ 610:

Найдите сумму членов арифметической прогрессии с пятнадцатого по тридцатый включительно, если первый член равен 10 и разность равна 3.

– Можем ли мы сразу воспользоваться готовыми формулами и решить задачу?

// Нет, мы знаем только формулу для нахождения суммы первых n членов арифметической прогрессии, а нам требуется вычислить сумму с пятого по тридцатый член.

– А как вы думаете, каким образом мы можем решить задачу? // Сначала найдем S_{14} и S_{30} .

– А что будет искомым результатом? // Разность найденным ранее сумм, то есть, $S_{30} - S_{14}$.

Решение:

$$S_{14} = \frac{2a_1 + 3 \cdot (14-1)}{2} \cdot 14 = \frac{20+39}{2} \cdot 14 = 413.$$

$$S_{30} = \frac{2a_1 + 3 \cdot (30-1)}{2} \cdot 30 = \frac{20+87}{2} \cdot 30 = 1605.$$

$$S_{30} - S_{14} = 1605 - 413 = 1192.$$

Ответ: 1192.

№ 612:

Найдите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии $\{c_n\}$, если $c_7 = 18,5$ и $c_{17} = -26,5$.

– Можем ли мы сразу вычислить требуемую сумму? // Нет, так как у нас неизвестны первый член прогрессии и ее разность.

– Как мы можем найти c_1 и d ?// Решив систему уравнений, используя исходные данные.

Решение:

Так как $c_7 = c_1 + 6d$, а $c_{17} = c_1 + 16d$, то получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 18,5 = c_1 + 6d \\ -26,5 = c_1 + 16d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 45,5 = c_1 \\ -4,5 = d \end{cases}$$

$$\text{Тогда: } S_{20} = \frac{2c_1 + (-4,5) \cdot (20-1)}{2} \cdot 20 = \frac{91 - 85,5}{2} \cdot 20 = 55.$$

Ответ: 55.

№ 616:

Шары расположены в форме треугольника так, что в первом ряду 1 шар, во втором – 2, в третьем – 3 и т.д. Во сколько рядов размещены шары, если их число равно 120? Сколько потребуется шаров, чтобы составить треугольник из 30 рядов?

– Можно ли сказать, что количество шаров в каждом ряду можно представить в виде арифметической прогрессии? //

Да, в этой прогрессии $a_1 = 1$, $d = 1$.

– Что мы еще знаем об этой прогрессии? // $S_n = 120$

– Можем ли мы, используя это условие, найти значение n ? //

Да, решив уравнение $120 = \frac{2a_1 + 1 \cdot (n-1)}{2} \cdot n = \frac{(2+n-1) \cdot n}{2} = \frac{n^2 - n}{2}$, то есть: $n^2 - n = 240$.

Решение:

$$1) n^2 - n = 240 \Leftrightarrow n^2 - n - 240 = 0$$

Получаем, что $n = 15$ или $n = -16$, но $n \in N$, поэтому $n = 15$.

2) $n = 30$. Найти S_{30} .

$$S_{30} = \frac{2a_1 + 1 \cdot (30-1)}{2} \cdot 30 = \frac{2+29}{2} \cdot 30 = 465.$$

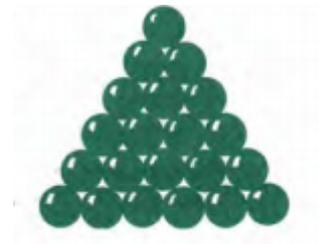
Ответ: 1) 15 рядов; 2) 465 шариков.

№ 617:

Укажите наибольшее число членов арифметической прогрессии 3; 5; 7; ..., сумма которых не превосходит 120.

– Какое условие нам дано для суммы нескольких членов арифметической прогрессии? // $S_n \leq 120$.

– Какое неравенство мы тогда получим? // $\frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n \leq 120$, где $a_1 = 3$, $d = 2$.



Решение:

$$\frac{2a_1+d(n-1)}{2} \cdot n \leq 120 \Leftrightarrow \frac{6+2n-2}{2} \cdot n \leq 120 \Leftrightarrow 4n + 2n^2 \leq 240$$

$n^2 + 2n - 120 \leq 0$, $n \in [-12; 10]$, но так как $n \in N$, поэтому $n \in [1; 10]$,

$n_{max} = 10$. Тогда наибольшим членом этой последовательности будет a_{10} , то есть, $a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9 \cdot 2 = 21$.

Ответ: $n = 10$, $a_{10} = 21$.

4. Контроль над усвоением материала – самостоятельная работа (с последующей проверкой учителем) (12 минут).

I вариант

№1. Найдите сумму первых шестнадцати членов арифметической прогрессии, в которой $a_1 = 6$, $d = 4$.

№2. Найдите сумму первых n членов арифметической прогрессии 1,6; 1,4; ... , если $n = 6$.

№3. Найдите сумму первых восьми членов арифметической прогрессии $\{a_n\}$, в которой $a_1 = 6$, $a_7 = 36$.

II вариант

№1. Найдите сумму первых восемнадцати членов арифметической прогрессии, в которой $a_1 = 8$, $d = 3$.

№2. Найдите сумму первых n членов арифметической прогрессии 2,8; 3,4; ... , если $n = 8$.

№3. Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии $\{a_n\}$, в которой $a_1 = 8$, $a_9 = 48$.

III. Итог урока (2 минуты).

– Рефлексия:

Чему был посвящен этот урок? Остались ли какие-то вопросы по решению задач?

– Оценивание деятельности учеников – поурочный балл.

– Домашнее задание: решить № 611, № 613, № 614.

- 611.** Найдите сумму членов арифметической прогрессии с шестого по двадцать пятый включительно, если первый член равен 21 и разность равна $-0,5$.

- 612.** Найдите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии (c_n) , если $c_7 = 18,5$ и $c_{17} = -26,5$.
- 613.** Найдите сумму первых пятнадцати членов арифметической прогрессии (b_n) , если $b_1 = 4,2$ и $b_{10} = 15,9$.
- 614.** При свободном падении тело прошло в первую секунду 5 м, а в каждую следующую на 10 м больше. Найдите глубину шахты, если свободно падающее тело достигло ее дна через 5 с после начала падения.