Муниципальное образовательное учреждение

“средняя общеобразовательная школа №55”

Города Магнитогорска

Проект

по математике

на тему:

“Доказать недоказуемое: из истории

«задач тысячелетия»”

Выполнил: Гавриленко Леонид Сергеевич

Наставник: Машковцева Татьяна Петровна

Магнитогорск,

2019 год

Содержание

2

Что такое задачи тысячелетия?

Задачи тысячелетия – семь открытых математических проблем, составленные в список математическим институтом Клэя в 2000 году. За решение любой из задач выдаётся премия в 1 миллион долларов США. Давид Гильберт сделал 1900 году похожий список задач, назывался он “Проблемы Гильберта”, включал в себя 23 задачи, одна из которых (гипотеза Римана) вошла в “Задачи тысячелетия”. Самими задачами являются:

• Гипотеза Пуанкаре (решена)

• Равенство классов P и NP

• Гипотеза Ходжа

• Гипотеза Римана

• Теория Янга — Миллса

• Существование и гладкость решений уравнений Навье — Стокса

• Гипотеза Бёрча — Свиннертон –Дайера

В Интернете достаточно сложно найти историю этих проблем, в этой работе мне бы хотелось собрать историю составления и попыток их решения в один журнал, который и будет продуктом проекта.

3

Гипотеза Пуанкаре

В 2010 году решение этой гипотезы успело нашуметь в СМИ, как и то, что Григорий Перельман, доказавший гипотезу, отказался от своей премии в миллион долларов США. Сама гипотеза гласит: “всякое односвязное компактное трёхмерное многообразие подобно сфере”. Это предложение было сформулировано математиком Арни Пуанкаре в 1904 году. Обобщённая гипотеза Пуанкаре в свою очередь говорит, что “всякое односвязное компактное n-мерное многообразие подобно n-мерной сфере”.

Сначала гипотезой практически никто не интересовался, но в 1930-х годах Джон Уайтхед вернул интерес к гипотезе, выдвинул своё доказательство, но отказался от него. В 1960-1970 годах было найдено доказательство обобщённой гипотезы Пуанкаре для случаев, где n ≥ 5 почти одновременно получили Стивен Смейл и Джон Роберт Столингс независимо друг от друга. В 1982 году Майклом Фридманом было получено доказательство для случая, где n = 4.

В 2002-2003 годах выше упомянутый Григорий Перельман выложил на сайт ArXiv 3 статьи, в которых было доказательство гипотезы Пуанкаре. В 2006 году как минимум 3 независимые группы учёных проверели доказательство Перельмана и развёрнуто представили его всему миру, в 2010 году институт Клэя присудил Перельману Премию Тысячелетия, от которой учёный отказался, как и от ранее присвоенной ему Филдсовской Премии.

4

Равенство классов P и NP

Равенство классов P(от английского *polynomial*) и NP(от английского *non-deterministic polynomial*) или “проблема перебора” в русских источниках рассматривается в разделе теории алгоритмов, который называется теорией вычислительной сложности. В самом разделе ведётся изучение задач, в которых нужно узнать количество ресурсов для решения другой задачи, где основными ресурсами являются время и память.

Проблема равенства P = NP заключается в следующем: “если положительный ответ на какой-то вопрос можно довольно быстро проверить (за [полиномиальное время](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81_P)), то правда ли, что ответ на этот вопрос можно довольно быстро найти (также за полиномиальное время и используя [полиномиальную память](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81_PSPACE))?” – Википедия.

Из определения классов P и NP вытекает следствие: P – подмножество NP. Есть, правда, одна проблема: никто не знает то, на сколько строго это включение, то есть, есть ли такая задача, которая лежит в подмножестве NP, но не лежит в подмножестве P. Если такой задачи нет, то в будущем будут открыты алгоритмы, по которым можно будет очень сильно ускорить любые вычисления относительно нынешней скорости.

Самим вопросом о вычислительной сложности задался в 1956 году Курт Гёдель, он так же задал вопрос Джону фон Нейману “может ли некая задача(которую называют NP-полной в наше время) быть решена за квадратичное или линейное время?” NP-полные задачи – самые сложные задачи из класса NP, которые сейчас можно решить только за экспоненциальное количество времени.

Вопрос о равности классов P и NP независимо друг от друга поставили учёные Стивен Кук и Леонид Левин в 1971 и 1973 годах соответственно.

5

Гипотеза Ходжа