План-конспект урока «Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике». 8 класс.

Тип урока: урок закрепления изученного материала.

Цель: закрепить знания учащихся по теме “Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике”.

Задачи:

образовательные:

– закрепить знания учащихся о среднем пропорциональном;

– закрепить умение учащихся устанавливать соответствие между сторонами прямоугольного треугольника, высотой, проведенной к гипотенузе и отрезками гипотенузы;

развивающие:

–развивать математическую речь.

воспитательные:

–воспитывать активность и самостоятельность.

Оборудование: меловая доска, текст самостоятельной работы.

Методические особенности: урок разработан по учебнику «Геометрия, 7-9», Л.С. Атанасян учебник для общеобразовательных учреждений. М. «Просвещение» 2013 г.

I. Организационный момент. 2 минуты.

Приветствие. Проверка готовности к уроку. Сообщение темы и цели урока.

II. Собственно урок (40 минут):

1) Контроль за усвоением изученного материала – беседа – 5 минут.

– Свойство высоты в прямоугольном треугольнике, проведенной к гипотенузе. // Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, делит его на два подобных треугольника, каждый из которых подобен данному.

– Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное для чего? // Для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой.

– Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное для чего? // Для гипотенузы и отрезка гипотенузы, заключенного между катетом и высотой, проведенной из вершины прямого угла.

2) Закрепление изученного материала – решение задач у доски с комментарием – 20 минут.

№1 Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, делит гипотенузу на отрезки, один из которых на 11 см больше другого. Найдите гипотенузу, если катеты треугольника относятся как 6:5.

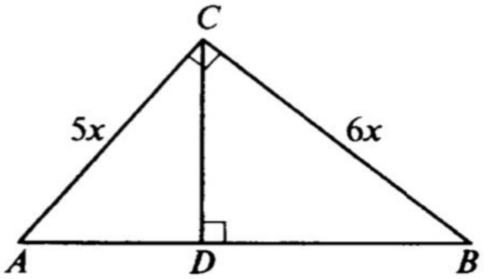

Рис. 7.115

Решение:

1) Пусть x – коэффициент пропорциональности, тогда AC=5x, BC=6x(рис. 7.115).

2) Из треугольника ACD по теореме Пифагора $AD^2 = AC^2 - CD^2 = 25x^2 - CD^2$.

3) Из треугольника BCD по теореме Пифагора $BD^2 = CB^2 - CD^2 = 36x^2 - CD^2$.

4) $BD^2 - AD^2 = (36x^2 - CD^2) - (25x^2 - CD^2) = 11x^2$

5) $(BD^2 - AD^2) = (BD - AD)(BD + AD) = 11AB$, так как BD на 11 см больше AD, BD+AD=AB

6) $11x^2 = 11AB,$ отсюда $AB = x^2$

7) Из треугольника ABC по теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + CB^2 = 25x^2 + 36x^2 = 61x^2$, отсюда AB=x$\sqrt{61}$

$x^2 =$ x$\sqrt{61}$

$x = \sqrt{61}$, отсюда AB=61 см.

Ответ: 61 см.

№2 Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C и высотой CH: BC=a, CA=b, AB=C, CH=h, AH=b_c, HB=a_c. Найдите: а) h, a и b, если $b_c = 25$, $a_c = 16$; б) a, c и a_c, если b=12, $b_c = 6$.

а) Решение:

1) По свойству пропорциональных отрезков в прямоугольном треугольнике:

$CH = \sqrt{AH * HB}$

$CH = \sqrt{25 * 16} = 20$

2) AB=AH+HB=25+16=41

3) $BC = \sqrt{AB * HB} = \sqrt{41 * 16} = 4\sqrt{41}$

4) $AC = \sqrt{AB * AH} = \sqrt{41 * 25} = 5\sqrt{41}$

Ответ: 20; $4\sqrt{41}$; $5\sqrt{41}$

б) Решение:

1) По свойству пропорциональных отрезков в прямоугольном треугольнике:

$AC = \sqrt{AB * AH}$

$AC^2 = AB * AH$

AB=144:6=24

2) HB = AB–AH=24–16=8

3) $BC = \sqrt{AB * HB} = \sqrt{24 * 8} = 8\sqrt{3}$

Ответ: 24; 8; $8\sqrt{3}$.

№3 В треугольнике, стороны которого равны 5 см, 12 см и 13 см, проведена высота к его большей стороне. Найдите отрезки, на которые высота делит эту сторону. BC=a, CA=b, AB=C, CH=h, AH=b_c, HB=a_c.

Решение:

1) Так как $5^2 + 12^2 = 13^2$, то данный треугольник – прямоугольный(по теореме, обратной теореме Пифагора).

2) Так как $a^2 = a_c * c$ и $b^2 = b_c * c$, отсюда $\frac{a^2}{a_c} = \frac{b^2}{b_c} = \frac{144}{25}$, т.е. $a_c =$

$\frac{144}{25} b_c$

3) Так как $a_c + b_c = c = 13$, то $\frac{144}{25} b_c + b_c = 13$, отсюда $b_c = 1\frac{12}{13}$ и $a_c = 11\frac{1}{13}$

Ответ: $a_c = 11\frac{1}{13}$, $b_c = 1\frac{12}{13}$.

3) Самостоятельная работа – 15 минут.

Вариант 1

Рис. 7.116.

Найти: а) CH, AC, BC. б) $S_{ACH} : S_{BCH}$.

Вариант 2

Рис. 7.117.

Найти: а) BH, AB, BC. б) $S_{ABH} : S_{CBH}$.

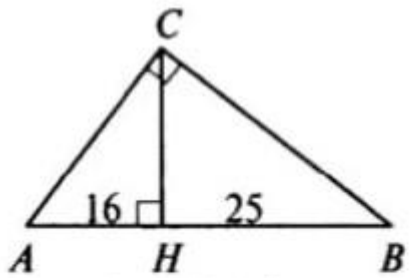

Рис. 7.116

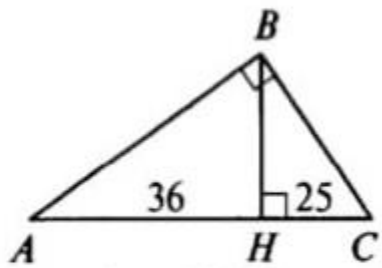

Рис. 7.117

Вариант 1

Высота, проведенная из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, равна 6 см и делит гипотенузу на отрезки, один из которых больше другого на 5 см. Найдите стороны треугольника. В каком отношении данная высота делит площадь треугольника?

Вариант 2

В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90°$) проведена высота CD так, что длина отрезка BD на 4 см больше длины отрезка CD, $AD = 9$ см. Найдите стороны треугольника ABC. В каком отношении CD делит площадь треугольника ABC?

Вариант 1

В прямоугольном треугольнике ABC к гипотенузе AB проведена высота CH так, что $AC = 2$ см, $BH = 3$ см. Найдите CB, CH, AH. В каком отношении CH делит площадь треугольника ABC?

Вариант 2

В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла проведена высота BK так, что $AK = 5$ см, $BC = \sqrt{6}$ см. Найдите BK, KC, AB. В каком отношении BK делит площадь треугольника ABC?

III. Итог урока (3 минуты).

Целевой итог – рефлексия

Что мы сегодня повторили?

Что было легким, а что трудным?

Оценивание деятельности учеников – выставление оценок за работу на уроке.

Домашнее задание:

№ 572 (б, г, д), 573, 575, 578 (разобрать), 579.

572 Найдите: а) h, a и b, если $b_c = 25$, $a_c = 16$; б) h, a и b, если $b_c = 36$, $a_c = 64$; в) a, c и a_c, если $b = 12$, $b_c = 6$; г) b, c и b_c, если $a = 8$, $a_c = 4$; д) h, b, a_c и b_c, если $a = 6$, $c = 9$.

573 Выразите a_c и b_c через a, b и c.

575 Катеты прямоугольного треугольника относятся как 3 : 4, а гипотенуза равна 50 мм. Найдите отрезки, на которые гипотенуза делится высотой, проведенной из вершины прямого угла.

578 Используя утверждение 2°, п. 63, докажите теорему Пифагора:

в прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C выполняется равенство $AC^2 + BC^2 = AB^2$.

Решение

Пусть CD — высота треугольника ABC (см. рис. 197). На основе утверждения 2°, п. 63, имеем $AC = \sqrt{AD \cdot AB}$, или $AC^2 = AD \cdot AB$. Аналогично $BC^2 = BD \cdot AB$. Складывая эти равенства почленно и учитывая, что $AD + BD = AB$, получаем:

$$AC^2 + BC^2 = AD \cdot AB + BD \cdot AB = (AD + BD) \cdot AB = AB^2.$$

579 Для определения высоты столба A_1C_1, изображенного на рисунке 199, использован шест с вращающейся планкой. Чему равна высота столба, если $BC_1 = 6{,}3$ м, $BC = 3{,}4$ м, $AC = 1{,}7$ м?