МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

 АВТОНОМНОЙ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ

 КРЫМСКИЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ ИНСТИТУТ

 ПОСЛЕДИПЛОМНОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

 ЭСТЕТИЧЕСКОЕ РАЗВИТИЕ НА УРОКАХ

 МАТЕМАТИКИ

 Выпускная работа

 слушателя курсов повышения

 квалификации-учителей математики

 Титовой Валентины Николаевны,

 учителя математики

 Симеизского УВК

 г. Ялты

 Симферополь 2010 г.

 Содержание:

Введение 3

Глава I Теоретическая интерпретация опыта 6

Глава II История математики - благодатный материал для развития

 эстетического вкуса школьников 14

Глава III Развитие интереса к предмету математики и творческих

 способностей учащихся на примере темы «Преобразование

 плоскости» 18

Глава IV «Красивые» задачи – ключ к пониманию изящества

 математики 24

Глава V Воспитание общей культуры мышления учащихся на

 уроках математики 28

 5.1. Аналогия, обобщение 28

 5.2 Различные способы решения одной задачи 29

 5.3. Уроки – мастерские и интегрированные уроки 29

 5.4. Геометрические интерпретации алгебраических задач 31

Заключение 33

Литература 35

Приложения. Авторские разработки уроков. Диаграммы. Материалы

 методической работы. Рисунки. Графики

 Введение

 Общие цели образования в соответствующий исторический момент в каждой стране, очевидно, зависят от социальной и политической ситуаций и предполагаемых путей развития страны. Понятно, что в стране со стабильной и высокоразвитой экономикой, с высоким уровнем жизни большей части населения важнейшей задачей образования является воспроизводство социальной системы. При этом сам уровень образования может и не быть высоким и общая образованность, необходимая в производстве, может поддерживаться за счёт импорта специалистов. В странах же менее развитых экономически, единственным способом осуществить такое развитие, является путь через развитие системы образования.

 Актуальность выбранной темы вижу в том, что выпускники наших школ должны быть вооружены основами объективного мировоззрения, опирающегося на прочную интеллектуальную основу, которая, прежде всего, зависит от воспитательного потенциала математики, как средства познания и осознания окружающего мира.

 Новизна и своеобразие опыта проявляется в использовании путей и методов для реализации эстетического потенциала математики, в изучении её как части искусства. Эта тема волновала умы учёных издревле, красота математических открытий сделала мир, созданный творениями человечества прекрасным (об этом в следующих главах).

 Математика – феномен мировой общечеловеческой культуры, инструмент, который в равной мере может быть использован как тоталитарным режимом для развития военно-промышленного комплекса, так и государством с рыночной экономикой для развития сферы обслуживания и производств. С изменившимися реалиями нашей жизни математические стандарты приобретают новую форму, в которой учащиеся, оканчивающие школу, должны понимать, что их личный успех в жизни, их будущее, карьера зависят от их математической культуры, математической образованности. Поэтому, начиная с пятого класса, на своих уроках я пытаюсь развить интерес к предмету, помогаю увидеть красоту его и внушить исключительную роль математики в научном познании мира, в непосредственном участии математики в изучении других предметов.

 Поскольку система образования имеет дело с отдельными личностями, то развитие социальной системы возможно прежде всего через развитие личности. Таким образом, развитие ученика является важнейшей целью образования. Образовательный стандарт никак не может сводиться к списку минимальных требований к подготовке учащегося. Особо опасен минималистический подход к образовательным стандартам именно в отношении математики. Ведь математика является важнейшим системообразующим предметом. Чтобы развивать современное производство, управлять им, необходимы не только глубокие математические знания, но и в первую очередь владение математическим методом.

 Существует мнение, что высокий уровень «математического» населения может ограничиться минимальным уровнем. Это опасная точка зрения. Во-первых, хорошее математическое образование полезно представителям разных специальностей, а во- вторых на школьной скамье невозможно определить, кто войдёт в будущем в упомянутую элиту, а кто нет. И в – третьих, если представить систему образования в виде горы, вершина которой соответствует элите, то, эта вершина находилась на высоте, соответствующей современным требованиям, необходимо правильно выстроить эту гору. Опуская подножие горы, мы опускаем и её вершину. На минимальном уровне невозможно развитие культуры. Нельзя хорошо освоить математику и при перегруженной программе. Чрезмерное обилие тем приводит к тому, что они изучаются формально, эстетика преподавания падает, развитие познавательных способностей учащихся, и формирование эстетического вкуса школьников средствами эстетического потенциала урока осуществляется недостаточно.

 Хорошо известно, что только наличие интереса является необходимым условием процесса обучения, фактором успеха, который зависит от личностно – ориентированного подхода к каждому ученику. Уровень положительной мотивации учения и самообразования должен быть на уроке достаточно высоким, тогда усвоение математики будет сопровождаться эмоциями, наслаждением и результатом. Выбрав данную тему, я ставлю следующие цели и задачи выполнения работы, решение которых необходимо для их достижения:

 - раскрыть достоинства эстетического развития учащихся как средства способствующего привитию интереса к предмету;

 -показать нетрадиционные подходы эстетического развития учащихся на уроках и во внеклассной работе, пути и методы реализации потенциала математики как части искусства;

 - раскрыть воспитательное воздействие математики в культурном развитии учащихся;

 - помочь учителям в разъяснении учащимся целесообразности и необходимости изучения математики как одной из составляющих эстетики.

 Представлю свой взгляд на эстетическое развитие учащихся на уроках математики.

 Математические знания, умения их применять на практике, методы, факты, формы – всё это образует цельный и непротиворечивый мир, заполненный удивительными творениями человеческого гения, способствует эстетическому развитию человека.

 Молодые люди, оканчивающие школу, должны понимать наличие прямой связи между уровнем их знаний, математической культурой, образованностью и личным успехом в жизни. Необходимо, чтобы упомянутые молодые люди, по окончании школы вспомнили о математике как об одном из самых необходимых, интересных, а также как о самом живом, веселом и красивом предмете школьного образования.

##   Глава I  *Теоретическая интерпретация опыта*

*Красоту математики (её простоту, симметрию, сжатость и полноту) можно и следует дать почувствовать даже очень малым детям. Когда этот предмет излагают должным образом и притом конкретно, то усвоение математики сопровождается эмоциями и наслаждением красотой.*

*Юнг*

Сущность опыта заключается в развитии познавательных способностей, креативной деятельности обучающихся, в формировании эстетического вкуса школьников с помощью использования эстетического потенциала уроков математики, который призван повысить интерес обучающихся к предмету и формировать ценностный потенциал воспитанников, то есть их эмоциональную сферу и творческие способности через восприятие математики как тонкой изящной науки.

Потребность, которая вызвала необходимость обратиться к данному вопросу, обусловлена различным восприятием математики учащимися и учителем. Говоря об учениках, следует понимать, что сложность предмета влечёт за собой не только прагматическое отношение к нему, но и нежелание увидеть красоту там, где её можно и нужно увидеть. Зачастую, предлагая учащимся оригинальное решение задачи или изображая график интересной функции, учитель ожидает всплеск эмоций со стороны учащихся, а в ответ на это видит безразличие, отсутствующий взгляд и притупленный интерес к тому, что происходит на уроке. Предложенный учителем материал не имел силы эмоционального воздействия, что подтверждает мысль о том, что у учителя и учеников различные восприятия математики.

Если изобразить высказанное схематически, то будет видно, какие главные проблемы учитель должен поставить перед собой, чтобы сделать математику более доступной через видение её красоты.

Итак, математика глазами и чувствами учителей и учащихся выглядит примерно так:

 математика

 (глазами учащихся)

точная сложная скучная

при изучении нет места творчеству, изяществу, красоте

прагматическое отношение

(выучить, чтобы сдать экзамены, поступить в ВУЗ и т.д.)

обучающиеся не чувствуют внутрипредметную красоту математики,

силу её эмоционального воздействия

происходит притупление интереса к математик

как к изучаемому предмету и как к науке вообще

математика

(глазами учителя)

точная интересная полезная красивая

изящная увлекательная

математика – главное звено,

направленное на интеллектуальное развитие учащихся,

на воспитание нравственно-эстетических ценностей каждого человека,

на формирование логического и аналитического мышления,

пространственного воображения

математику нужно представлять не как систему истин,

которые надо заучивать,

а как систему рассуждений, требующих творческого мышления,

что в свою очередь приводит к развитию личности

необходимо заинтересовать предметом

 сделать математику более доступной через видение внутренней красоты математики,

через занимательность и привлекательность задач.

Успешность процесса изучения математики зависит, прежде всего, от желания обучающихся овладеть основами науки, а это возможно лишь при заинтересованности предметом. Математика начинается вовсе не со счёта, что кажется очевидным, а с … загадки, проблемы. Чтобы у школьника развилось творческое мышление, необходимо, чтобы он почувствовал удивление и любопытство, повторил путь человечества в познании, удовлетворил возникшие потребности. Только через преодоление трудностей, решение проблем, ученик входит в мир творчества. Важнейшим фактором успеха в обучении является интерес к предмету, следовательно, и учебник, и урок должны быть увлекательными. Обучение должно вызывать удовольствие. «Учиться можно только весело. Чтобы переварить знания, их нужно употреблять с аппетитом» (А. Франц). Математику можно представить в виде рассуждений, требующих творческого мышления, в процессе такого обучения появляется интерес, то есть желание учиться, а «где есть желание, найдется путь» (Д. Пойа).

В настоящее время главной целью этапа образовательного процесса является гуманизация системы образования, одна из частей которой есть гуманитаризация процесса обучения. Один из основных принципов обучения математике и состоит в гуманитаризации образования. Математика должна выступать в качестве необходимого звена, направленного на интеллектуальное развитие обучающихся, и, прежде всего, на формирование абстрактного мышления, способности к абстрагированию и умению работать с неосязаемыми объектами.

Через учебный материал и технологию обучения гуманитаризация учебного процесса предполагает максимум внимания развитию личности, её правильному восприятию, совершенствованию нравственно-эстетических ценностей каждого человека. И это приводит к «очеловечиванию» действия обучения, а ученик ставится в центр процесса обучения. Современный учитель должен глубоко усвоить, что важнейшей целью педагогического процесса являются личностно ориентированные педагогические технологии, которые включают возрастные и индивидуально-психологические особенности учащихся. Главная задача учителя – не только вооружить учеников глубокими и прочными знаниями, сделать процесс усвоения знаний эмоциональным, а и научить школьников самостоятельно добывать знания, чтобы с удовольствием использовать их в жизни.

Новизна и своеобразие опыта проявляется в использовании путей и методов для реализации эстетического потенциала математики на уроках и во внеурочной деятельности, в изучении математики как части искусства, культуры.

Исходя из всего вышесказанного, я вижу свою задачу в создании оптимальных условий для развития у учащихся интереса к математике через восприятие её как красивой и увлекательной науки.

Умение заинтересовать математикой – дело непростое, и в этом смысле личного мастерства учителя нельзя недооценивать. Многое зависит от того, как поставить даже очевидный вопрос, и от того, как вовлечь всех обучающихся в обсуждение сложившейся ситуации. Перед учителем математики стоит ряд задач: как привить вкус, интерес, видение красоты в математических задачах, как развивать творческую деятельность обучающихся. Творческая активность учеников, успех урока, целиком зависят от методических приемов, которые выбирает учитель.

При этом очень важно, что учитель вкладывает в слова: "изложить материал", "преподать его". По-моему, преподавание начинается тогда, когда мы начинаем ощущать, воспринимать предмет сердцем и глазами ученика.

В это время сами как бы раздваиваемся на знающего учителя и незнающего, непонимающего ученика. Тогда учитель с учеником вместе постигают проблему, «вживаясь» в мир друг друга: ребенок идет впереди, а преподаватель исподволь «открывает» ему глаза на «дорогу к вершине познаний». Получается, что ученик идет по ней самостоятельно, покоряя эту вершину сам.

В результате такого преподавания «новое» постигается с блеском, интересом в глазах учеников, да и учителя тоже. Да и как может быть иначе! Ведь и учитель, и ученик «погружены» в освоение материала «посредством разных индивидуальностей». В это время проявляется активность каждого ученика и класса в целом, практически никто не «выпадает» из урока ни от непонимания, ни от скуки.

Свои методы работы я ориентирую, в первую очередь, на природу, психологические особенности восприятия ребенка, уделяя особое внимание развитию активного, творческого участия учеников в уроке, развитию их нравственно-эстетических взглядов.

Психолого-педагогические условия связаны с формированием личностных психологических механизмов развития интереса к математике как к предмету и науке: ощущение чувства удовлетворения от обучения, компетентности в различных вопросах, понимание цели выполняемой работы, эмоциональная окраска обучения, эстетическое восприятие мира, ощущение чувства успеха, адекватная оценка себя в соответствии со своими индивидуальными возможностями.

Мои принципы педагогической деятельности, обусловленные идеей нравственно-эстетического воспитания обучающихся на уроках математики- это:

 -системность обучения, предполагающая соблюдение взаимного соответствия целей, содержания, форм, методов, средств обучения и оценивания результатов; создание целостности математических знаний; видение математики через призму эстетики;

 -организация совместной работы учителя и обучающихся, предполагающая планирование, реализацию и оценивание процесса и результата обучения;

 -креативность обучения, предполагающая реализацию творческих возможностей учителя и ученика;

 -опора на имеющийся ценностный потенциал обучающихся;

 -развитие познавательных потребностей, предполагающее выявление наличия устойчивого интереса к изучению математики, что способствует осознанному усвоению математических знаний, умений, навыков, приводящее, в свою очередь, к высокому уровню освоения учебного материала;

 -гуманизация и гуманитаризация математического образования, предполагающие максимум внимания развитию личностных качеств каждого ученика, воспитанию нравственно-эстетических ценностей каждого человека;

 -демократизация отношений, учитывающая соблюдение принципа диалога "учитель – ученик", а также протекание процесса обучения в атмосфере сотрудничества, соуправления всех участников педагогического процесса;

 -природосообразность обучения и воспитания, обусловленная культурологическим подходом.

Исследуя красоту математики, В.Г. Болтянский, Б.Г.Зив, Г.Биркгоф и другие учёные, выводили формулы «математической эстетики». В них красота математического объекта обусловлена взаимодействием его обобщенного образа, созданного нашей психикой, и оригинальности, выделяющей этот объект из множества других, например, Г. Биркгоф дал следующую формулу: , где М – мера красоты объекта, О – мера порядка, С – мера усилий, затрачиваемых для понимания сущности объекта. У В.Г. Болтянского своя формула «математической эстетики»:

***красота = наглядность + неожиданность + простота + …***

И та, и другая формулы созвучны: в них красота математического объекта зависит от средств, методов обучения, приёмов, используемых учителем. Красота обусловлена взаимодействием изучаемого материала с возможностями нашей психики, и оригинальностью, выделяющей этот материал, с усилиями, затрачиваемыми для понимания и усвоения изучаемого на уроке, а также с порядком и простотой.

В качестве источников эстетической привлекательности математических объектов (понятий, теорем, задач, доказательств и т.д.) выступают категория порядка, проявляющаяся в гармонии отдельных частей, их симметрии, в логической стройности, и категория простоты, раскрывающаяся в неожиданности, обусловленной контрастом между трудностью проблемы и простотой методов, используемых для её решения.

 В результате такой работы реализуются профессиональные возможности учителя, имеющийся творческий потенциал учеников, а результаты оцениваются через призму эстетики.

 Существует множество познавательной информации из области искусства, науки, из практической сферы, способной удивить учащихся, показать им целесообразность математики как одну из составляющих эстетики. Особенно наглядно это проявляется в задачах прикладного характера, в которых раскрывается связь математики с искусством, природой, литературой, музыкой.

 Творческий поиск, изучение опыта лучших учителей, требования времени привели меня к новым, нетрадиционным подходам решения задач эстетического развития учащихся на уроках.

 Глава II

##  *История математики – благодатный материал* *для развития эстетического вкуса школьников*

 Математика своей богатейшей и интереснейшей историей, совершенством языка, высоким уровнем логики и другими аспектами имеет огромный потенциал эстетического воздействия на учащихся. На наличие эстетических возможностей предмета указывали известные математики во все времена от Евклида и Пифагора до А. Колмогорова и Н. Винера. Учителя – математики в своей практической деятельности на уроках используют различные источники эстетического воздействия на учащихся. Примеры этого мы видим в опыте В.Ф.Шаталова (Украина), А.А.Окунева (Санкт-Петербург), Р.Г. Хазанкина (Башкортостан) и многих других.

Как уже выше отмечалось, эстетическое воспитание является существенным компонентом педагогического процесса вообще. На протяжении веков пути математики и различных видов искусства нередко переплетаются (живопись и математика, музыка и математика, архитектура и математика). Поэтому исторические сведения о знаменитых людях – это благодатный материал для развития эстетического вкуса школьников. Можно рассказать, например, что великий русский писатель Л.Н.Толстой написал учебник по арифметике для деревенских детей, а величайший физик И.Ньютон придумывал арифметические задачи. Вот одна из них: трава на лугу растёт одинаково быстро и густо. Известно, что 60 коров съели бы траву за 24 дня, а 30 коров за 60 дней. Сколько коров съели бы всю траву за 100 дней?

На уроках, с целью эстетического воспитания, мною привлекается различный исторический материал. Большой интерес и хорошее настроение вызывают старинные задачи разных народов, по разным темам.

Старинная греческая задача. На вопрос: сколько учеников обучается у Пифагора в школе, он ответил, что половина всех его учеников изучает математику, четверть – музыку, седьмая часть – молчит и, кроме того, есть ещё три женщины. Сколько учеников у Пифагора?

Старинная китайская задача. Несколько человек покупают барана. Если каждый внесёт по 5 монет, то не хватит до стоимости 45 монет, если же каждый внесёт по 7 монет, то не хватит 3-х монет. Сколько стоит баран?

 Индийский мыслитель Бхаскара (1114-1178), решая квадратное уравнение $х^{2}-45х=250,$ $находит впервые $два корня: 50 и -5 и делает замечание, что второе значение брать не следует «…ведь люди не воспринимают отрицательных, абстрактных чисел». Алгебраические задачи на составление квадратных уравнений индийские учёные записывали в стихотворной форме и рассматривали их как особый вид искусства. Задача Бхаскара: Забавляясь, обезьяны на две группы разделились:

 Часть восьмая их в квадрате в роще весело резвились,

 А двенадцать хором пели, на любимом сидя месте,

 Сосчитайте, сколько в роще обезьянок было вместе?

 При рассмотрении темы "Формулы сокращенного умножения" привожу примеры доказательства двух известных алгебраических формул. Предварительно провожу вступительную беседу, в ходе которой поясняю, что алгебра сформировалась намного позже геометрии. Однако алгебраические формулы фактически существовали еще тогда, когда не было самой алгебры. Формулы записывались не символами, проговаривались словами, иногда стихами, а доказательством служил чертеж, например, в работах Пифагора, Омар Хайяма. Такая геометрическая алгебра и сейчас поставляет остроумные наглядные доказательства. Некоторые из них даже проще, чем современные символические обоснования.

Эстетическое воздействие на обучающихся оказывает история создания некоторых терминов и символов, например, таких, как «абак» - счётная доска у древних греков и римлян, применявшаяся для арифметических вычислений. Принцип его устройства подобен счётам. Старинные русские меры длины, веса, история их появления и использования учащиеся 5-го класса с удовольствием могут самостоятельно выяснить и рассказать в классе. Интерес вызывают сведения о роли природного инструмента человека, его пальцев и рук. Эти инструменты не могли длительно хранить результаты счёта, но всегда были налицо и отличались большой подвижностью. Можно рассказать детям, что язык первобытного человека был беден, жесты возмещали недостаток слов, и числа, для которых ещё не было названий «показывались» на пальцах. История математики привлекает внимание учащихся, создаёт эмоциональный фон урока, расширяет кругозор. Нередко, однако, о можно услышать высказывания о том, что математика – «сухая наука», а «сами математики похожи на отлаженные механизмы с весьма ограниченными интересами». С этим, естественно, можно поспорить, приведя примеры из биографий известных людей. Истинный гений, блестящий художник, философ, скульптор, математик Леонардо да Винчи искал и находил внутренние связи между наукой и искусством, доказывая единство двух направлений человеческой мысли. Омар Хайям - персидский и таджикский поэт, философ, последователь Аристотеля в философии, он был выдающимся учёным – математиком, давшим в геометрической форме обоснования решений уравнений третьей степени. Он написал трактат «Об искусстве», в котором удачно рассмотрел классическую задачу Архимеда. Лирический поэт, Омар Хайям получил всемирную известность. Софья Ковалевская- русский математик, первая женщина-член-корреспондент Петербургской академии наук, доктор философии, писатель, публицист, автор драматических произведений и повестей, ею написана семейная хроника. Этот список можно продолжить.

Последовательная работа на уроках по использованию исторического материала показывает обучающимся, что ценность науки определяется не только тем, что она помогает создать какие-либо материальные блага, среди которых мы живем. Природа совершенна, и у неё есть свои законы, выраженные с помощью математики и проявляющиеся в различных видах искусства. Наука формирует интеллектуальную атмосферу, а задача учителя заключается в том, что такую атмосферу необходимо создать на каждом уроке математики.

##  Глава III *Развитие интереса к предмету математики* *и творческих способностей обучающихся* *на примере темы "Преобразования плоскости"*

Изучая в течение нескольких лет вопрос, связанный с темой своей работы, я накопила достаточный материал, который подтверждает результаты многих теоретических выкладок, связанных с понятием красоты в математике и эстетическим потенциалом уроков математики.

Важной мерой красоты является порядок, который выступает в различных формах. Наиболее распространенной из них является симметрия. С детства человек видит зеркальную симметрию. Он видит её в листьях деревьев, цветах, телах животных и людей. Поворотную симметрию мы видим в стройных елях и кипарисах, в волшебных узорах снежинок. Переносную симметрию с удовольствием и радостью наблюдаем в ажурных оградах парков, решетках мостов и балконов. Трансляционной симметрией любуемся, рассматривая рисунки на обоях, кружевах на воротниках и манжетах, на причудливом, играющем на солнце узоре на шкуре змеи. Цветную симметрию наблюдаем в шахматных фигурах, расставленных в одинаковом порядке на шахматной доске. Симметрия воспринимается человеком как проявление закономерного порядка, царящего в природе. «Порядок освобождает мысль», - любил повторять великий французский математик и философ Рене Декарт. Симметрия воспринимается человеком слишком статично, скованно, и только единство симметрии и асимметрии создаёт подлинную гармонию красоты.

В качестве меры соотношения симметричного и асимметричного часто выступает пропорция. В эстетике пропорция, как и симметрия, является составным элементом категории меры и выражает закономерность структуры эстетического образа. Учителю надо стремиться к тому, чтобы дети осознали и приняли эти кажущиеся простыми и очевидными идеи. Такой подход означает шаг на пути эстетического воспитания учащихся. Остановлюсь на таких понятиях как «золотая пропорция», «золотое сечение» и «паркеты», которые учитель успешно может использовать в работе на уроке и на факультативных занятиях.

В 7-м классе можно начать знакомство учащихся с «золотым сечением» во время решения задачи на деление отрезка пополам. После рассмотрения традиционного случая, зеркально – симметричного деления отрезка пополам, учитель предлагает учащимся разделить отрезок более красиво. Если точку деления взять ближе к одному из концов отрезка, то новая конфигурация будет неуравновешенной и непонятной. И только «золотая середина» обеспечит желаемое единство симметрии и асимметрии. Такое, радующее глаз, деление отрезка было известно ещё Пифагору, и назвал он его «золотой пропорцией». Эта пропорция определяется как деление отрезка на две неравные части, при котором длина меньшей из частей относится к длине большей, как большая часть относится к длине всего отрезка, отношение равно примерно 5:8. «Золотую пропорцию» называют и «золотым сечением». Пропорция золотого сечения может быть выражена разными пространственными формами, самый простой вариант – прямоугольник, разделённый на две части в этой пропорции. Другое решение - диагональное. Этот прямоугольник можно поворачивать как угодно, но если вы скомпонуете свой кадр так, чтобы три разных объекта располагались в его секторах, то композиция будет выглядеть гармоничной. Если же вырезать квадрат со стороной а из прямоугольника по принципу золотого сечения, мы получаем новый, уменьшенный прямоугольник с теми же свойствами. Деление в крайнем и среднем отношении, гармоническое деление, при котором большая часть так относится к меньшей, как вся величина относится к большей. Например, деление плитки шоколада. Эту пропорцию принято обозначать греческой буквой φ, φ= $\frac{1+\sqrt{5}}{2}≈1,61803398… ,φ- $иррациональное число, положительное решение одного из уравнений: $φ^{2}=φ+1; φ^{3}=\frac{1}{φ} ; φ=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+… }…}}$

В 9 -11 классах на факультативных занятиях можно продолжить изучение вопроса о построении золотого сечения отрезка и золотого сечения пятиконечной звезды и дать ещё одно представление числа φ=$\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+…}}}}$ Д С

 А Е В

В правильной пятиконечной звезде каждый сегмент делится пересекающим его сегментом в золотом сечении.

Золотое сечение отрезка АВ можно построить следующим образом: в точке В восстанавливается перпендикуляр к АВ, на нём откладывается ВС=$\frac{1}{2}АВ$, на отрезке АС откладывается отрезок АД, равный АС-СВ, и, наконец, на отрезке АВ откладывается АЕ=АД. Тогда φ=$\frac{\left|АВ\right|}{\left|АЕ\right|}=\frac{\left|АЕ\right|}{\left|ЕВ\right|}$.

 В дошедшей до нас античной литературе деление отрезка в крайнем и среднем отношении впервые встречается в «Началах» Евклида, где оно применяется для построения правильного пятиугольника. В дальнейшем Лука Пачоли (1445-1509) - итальянский математик ХV века написал трактат о золотом сечении «Божественная пропорция», тех пор «золотая пропорция» становится общепризнанным каноном искусства. Гениальный итальянский художник эпохи Возрождения Леонардо да Винчи (1452-1519) привлёк внимание исследователей рядом своих произведений, в частности, в самой бесценной картине всего человечества «Мона Лиза» (Джоконда), исследователи обнаружили, что композиция рисунка основана на «золотых треугольниках», точнее на треугольниках, являющихся частями правильного звёздчатого пятиугольника. Учёные обсерватории, расположенной в Симезе, проводят беседы и экскурсии для школьников старших классов, учащиеся в телескоп наблюдают звёздное небо, а на слайдах – фотоиллюстрации. Учёные обращают внимание на то, что естественно - научные закономерности астрономии основываются на золотом сечении, об этом в своих научных открытиях писал ещё Иоганн Кеплер. Метод золотого сечения обеспечивает создание наиболее гармоничной композиции. Пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого сечения при их создании. В фасаде древнегреческого храма Парфенона присутствуют золотые пропорции. При его раскопках обнаружены циркули, которыми пользовались скульпторы античного мира. Многие научные открытия показали, что «золотое сечение» составляет основу большинства природных явлений, что оно связано с глубокими естественно - научными закономерностями (Приложение 1).

На заключительном уроке в 8-м классе по теме «Осевая и центральная симметрия» предлагаю учащимся ответить на вопросы:

1.Какая линия разделяет тело человека в отношении «золотой пропорции»?

2.Найти «золотые пропорции» в частях тела человека.

3.Укого из пресмыкающихся длина хвоста так относится к длине остального тела, как 62 к 38?

4.Как связано куриное яйцо с «золотой пропорцией»?

 При изучении начальных сведений темы «Симметрия» в 5-х и 6-х
и более глубоком её изучении в 9 классе, прекрасным материалом для вовлечения обучающихся в интересную, содержательную и поучительную деятельность является задание по составлению «паркетов». В данном случае занимательность имеет не внешний, формальный характер, а побуждает учеников выяснить суть изучаемого материала. Замечательные «паркеты» были придуманы голландским художником Морисом Эшером. Элементами «паркета» у него служили фигуры птиц, животных и другие. Простейшим видом «паркета» является такой, в котором плоскость заполняется фигурами с помощью параллельного переноса, симметрии. Паркет заполняет плоскость одинаковыми фигурами, которые не перекрывают друг друга и не оставляют на плоскости пустого пространства. Тетрадный лист, в клетку - простейший паркет. Привожу примеры элементов паркета, который разбит на четыре одинаковые фигурки и предлагаю учащимся собрать из них элементы паркета. Затем привожу примеры паркета, элементами которого являются правильные пятиугольники с углами $90^{0},120^{0},60^{0},240^{0},60^{0},30,^{0}$ которые получились разбиением правильного шестиугольника. Из этих пятиугольников предлагаю собрать фигурки. Такой вид работы очень нравится детям, он несёт высокий эмоциональный потенциал (Приложение 2) . На занятиях факультатива и кружка в 9 –м классе также можно рассмотреть ряд интересных задач на составление паркетов, если класс достаточно подготовленный, то решаем задачи на уроке. Примеры задач:

Задача 1. Напишите 8-10 пар чисел, задающих параллельный перенос, заполненный одинаковыми фигурами, который совмещается сам с собой разными параллельными переносами на 3 клетки вправо и на одну клетку вверх. Он задаётся парой (3;1).

Задача 2.Смещая параллельным переносом данную фигуру, заполните ею всю плоскость. Охарактеризуйте каждый паркет парами чисел координатных векторов, которые задают параллельный перенос. Найдите сумму, разность и произведение этих векторов.

Задача для шестиклассников: Найдите координаты точек (х;у), концов отрезков данной нарисованной фигуры, затем координаты (а;с), если а= =х-3, с= у-4. Соедините эти точки. Какая фигура получилась? Сместите фигуру на 7 единичных отрезков вправо. Заполните полученной фигурой плоскость, образовав паркет.

 Очень часто тема «Симметрия» просматривается при изучении таких разделов алгебры, как «Функции», «Построение графиков функций», «Симметричные преобразования графиков».

Для красивого решения задач по данным темам ученикам необходимо владеть математическим методом и знать следующие важные факты:

- график четной функции симметричен относительно оси ОY, а график нечетной функции симметричен относительно начала координат. Это может быть использовано при решении задач на нахождение центров симметрии и осей симметрии графиков.

- уравнение функции, график которой симметричен графику функции
*y = f (x)* относительно прямой *y = b,* имеет вид *y = 2 b - f (x)*.

- уравнение функции, график которой симметричен графику функции
*y = f (x)* относительно прямой *x = a*, имеет вид *y = f (2а - x)*.

- уравнение функции, график которой симметричен графику функции
*y = f (x)* относительно точки С (*a, b*), имеет вид *y = 2 b - f (2а - x)*.

- графики взаимно обратных функций симметричны относительно *y = x* – биссектрисы I и III координатных углов.

-уравнение функции, график которой симметричен графику функции
*y = f (x)* относительно прямой *y = - x*, имеет вид *y = - f – 1(- x)*, где *f – 1(- x)* – функция, обратная функции *f (x).*

 Итак, потенциал математики используется в культурном развитии учащихся, связь её с живописью, архитектурой, музыкой, литературой на базе таких понятий, как «преобразование плоскости», «золотая пропорция», «золотое сечение», «золотая середина», «паркеты», функция, особенно наглядно проявляется в задачах прикладного характера с красивым решением, помогающих учителю осуществлять эстетическое развитие школьников. Эстетическое развитие становится средством, способствующим привитию интереса к предмету.

##   *Глава IV  "Красивые" задачи –  ключ к пониманию изящества математики*

О красоте математики написано немало. Многие авторы видят её в гармонии чисел и форм, геометрической выразительности, стройности математических формул, решении задач различными способами, изяществе математических доказательств, порядке, универсальности математических методов. Под понятие красоты подводится широкий спектр различных объектов, начиная от схем зверушек, составленных из отрезков, до представления красивой модели, удовлетворяющей требованиям простоты, неожиданности, изоморфизма.

В качестве источников эстетической привлекательности математических объектов (понятий, теорем, задач, доказательств и т.д.) выступают категория порядка, проявляющаяся в гармонии отдельных частей, их симметрии, в логической стройности, и категория простоты, раскрывающаяся в неожиданности, обусловленной контрастом между трудностью проблемы и простотой методов, используемых для её решения.

Эффективное раскрытие эстетического потенциала математики возможно лишь в процессе творческой деятельности учащихся. А в этой деятельности ведущая роль принадлежит задаче, «красивой» задаче, её изящному решению.

Красивое решение должно нас чем-то удивить, должно быть в чем-то неожиданным. Если мы хотим понять некоторое явление, яснее его представить, то мы прибегаем к наглядной модели изучаемого явления. Наглядная модель должна правильно отражать те основные черты явления, которые следует изучить.

Основным требованием к модели является её простота для восприятия, для оперирования с нею. Благодаря простоте модели, можно легче сделать необходимые выводы. При решении любой непростой задачи обучающиеся составляют для себя наглядную модель описываемого в задаче явления. В этот момент и происходит проявление творческого подхода к решению задачи. Удачный выбор наглядной модели нередко предопределяет успех дела, а необычность этой модели, её неожиданность воспринимаются как красота и изящество решения.

Каждая математическая задача служит конкретным целям обучения, но основная её роль – развитие творческого и математического мышления обучающихся, повышение их интереса к математике. Для того, чтобы обучающиеся осознали эстетику задачи, необходимо знакомить их с различными способами её решения, различными приемами доказательства одной и той же теоремы. Восприятие эстетической стороны задачи начинается с условия и чертежа. Поэтому содержание условия должно вызывать интерес, чертеж должен соответствовать значению слова «красивый», то есть доставляющий наслаждение, приятный внешним видом, гармоничностью, стройностью.

Итак, математическая задача способствует формированию и развитию эстетического вкуса учеников в том случае, если она отвечает определенным требованиям, а именно:

-условие задачи должно быть интересно школьнику, если задача геометрическая, она должна сопровождаться красивым рисунком;

-задача должна обладать большой степенью общности;

-задача может устанавливать интересный факт, порой неожиданный;

-в решение задачи обязательно нужно спрятать "изюминку", чтобы оно было наглядно и удивительно просто;

-желательно, чтобы было несколько способов решения задачи.

Формируя и развивая эстетический вкус при решении "красивых" задач, учитель помогает школьникам более полно воспринять красоту математики вообще, старается повысить их математическую и общую культуру.

Большой интерес, например, у учащихся на уроках в 7-8 классах вызывает эстетический алгоритм по «придумыванию», составлению задач изучаемой темы, например таких:

- определи тему, по которой хочешь составить задачу;

-составь и реши задачу по готовому рисунку;

-найди идею, которую будешь использовать при составлении задачи;

-составь задачу, обратную составленной;

-составляя одну задачу, подумай, как, используя эту идею, составить следующую задачу, усложнённую и более интересную;

 -составь задачу от обратного по этапам.

Этот приём называю «нанизыванием» на одну идею серии задач. Во время такой работы реализуются профессиональные возможности учителя, имеющийся творческий потенциал учеников, а результаты оцениваются через призму эстетики.

 Существует множество познавательной информации из области искусства, науки, из практической сферы, способной удивить учащихся, показать им целесообразность математики как одну из составляющих эстетики. Особенно наглядно это проявляется в задачах прикладного характера, в которых раскрывается связь математики с науками различных областей знаний. Удачно использую на уроках задачи на товарно-денежные отношения, для учащихся 5-х и 6-х классов, в этих задачах участниками событий являются сказочные герои, что позволяет не только совершенствовать математические знания, но и осуществлять связи с литературой, биологией и другими науками. В старших классах задачи на товарно-денежные отношения носят прикладной характер, в основном это задачи на банковские расчёты, они приближены к реалиям нашей жизни (Приложение 3).

 В моём методическом арсенале имеются подборки задач исторического содержания для учащихся 5-6 классов, задачи, в которых используется местный краеведческий материал, а также задачи с астрономическим содержанием, я называю этот сборник: «Арифметика в звёздном небе», в некоторых задачах используются материалы Симеизской обсерватории (Приложение 4).

Эстетический потенциал школьной математики в большой мере проявляется в, так называемых, «красивых» заданиях на координатной плоскости, практикуемых преимущественно в 6 классе. Они неизменно вызывают интерес у детей среднего школьного возраста, прежде всего, потому, что просты по форме и разнообразны по внешнему облику. На рисунках в координатах может быть изображен не только отдельный объект, но и целые сюжеты. Такие задания пробуждают фантазию учеников, заставляют воочию увидеть связь красоты и математики, непосредственно соприкоснуться с миром прекрасного прямо на уроке в процессе выполнения учебно-познавательного задания.

В практике обучения математике «красивые» задания на координатной плоскости чаще всего формулируются так: «Построй точки по заданным координатам, соедини их отрезками подходящим образом, и ты получишь фигуру, изображающую …». Ученикам можно предложить творческие задания на самостоятельное составление какой-либо красивой фигурки и определение координат её узловых точек. Предлагаю учащимся придумать название своей фигурки, составить загадку к ней, сочинить стихотворение – это придаёт хорошее настроение и влияет на эстетическую сторону урока «Зоопарк у нас в гостях». Математическое содержание таких заданий достаточно тривиально: за внешней выразительностью скрываются обычные упражнения на фиксирование точек плоскости при помощи координат. Фактически дидактическая цель таких заданий состоит в отработке двух умений: умения определять координаты точек, заданных на координатной плоскости, и умения строить точки по их координатам (Приложение 5).

##  *Глава V  Воспитание общей культуры мышления обучающихся на уроках математики*

### 5.1 Аналогия, обобщение

Очень важной характеристикой красоты математики является возможность влияния на дальнейшее продвижение в той или иной области на основе аналогии и обобщения. В связи с этим в обучении важно использование различных рисунков к доказательству теоремы, упражнений на распознавание объектов, принадлежащих формируемому понятию, различных способов доказательства, самостоятельного открытия теорем, оригинальных способов решения, аналогичных задач. Мне особенно важно обучить учащихся умению находить взаимосвязи между различными вопросами, умению использовать информацию, полученную в ходе ответа на один из них, при ответе на другой, умению искать аналогии и осуществлять переходы от одного мостика к другому, в этом мне помогает сюжетное построение заданий. Во время итогового повторения учебного материала в 11 классе предлагаю учащимся сюжетные задания, примерно такие:

 $x^{2}-4x, при х>0,$ а) построить график функции;

f(x)= б) сравнить f(-2) и f(-2);

 $х^{2}-1, при х<$0 в) написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой х0=2, х0=0;

г) доказать, что любая первообразная функции f на промежутке$ \left[5;\infty )\right.$ убывает;

д) указать все точки х такие, что функция f в них недифференцируема;

е) исследовать функцию f на монотонность при хϵ(-∞;$\left.0\right]$;

ж) решить неравенство f(x)<20;

з) найти наименьшее значение функции на интервале$\left[-1;1\right]$;

и) найти все значения а такие, что прямая у = а является касательной к графику функции при х>о;

к) задать функцию F(x) на интервале $\left[-3;0\right]$;

л) указать точки, в которых F(х) пересекает оси координат.

 Сюжетные задачи организуют учеников, заставляют думать, видеть красоту математики, являются механизмами эстетического воспитания школьников средствами математики. Расширяется общая культура мышления, вырабатывается эстетический вкус путем формирования устойчивых математических образов. Считаю, что аналогия и обобщение учат анализировать, сравнивать различные математические объекты, делать выводы, а значит совершенствоваться. Учащиеся могут уже самостоятельно выбирать тему и по аналогии составлять задачи для самоконтроля, такая работа привлекает, нравится, учёба приобретает другой, более эмоциональный оттенок, развивается общая культура мышления.

### 5.2 Различные способы решения одной задачи

Для развития творческих способностей и умения выбрать правильный, оптимальный вариант при решении задач мы разбираем несколько способов решения одной задачи (Приложение 6).

### 5.3 Уроки – мастерские и интегрированные уроки

Примером самостоятельного открытия или еще каких-либо математических фактов может служить урок – мастерская, методика проведения уроков – мастерских принадлежит И. Мухиной, заведующей Центром педагогического мастерства в Харьковском университете педагогического мастерства. Такие уроки особенно ярко иллюстрируют развитие творческой деятельности учащихся. Они являются процессом взаимодействия взрослых и детей, цель которого – личностный рост каждого ученика.

На уроке – мастерской ученик поставлен перед проблемой выбора, на него же возложена нравственная ответственность за этот выбор. Результатом деятельности учителя и ученика является процесс выполнения творческих заданий, стимулирующих творчество ребенка, развивающих интерес к математике, математическую культуру, а как следствие всего этого – идет развитие заложенных в нем нравственно-эстетических качеств. Особых поощрений добиваются те ученики, которые превзошли учителя и дали наиболее интересные, нестандартные решения ранее предложенных задач, успешно применили метод ключевой, опорной, базисной задачи, которая служит не только целью, но и средством обучения. Например, в процессе изучения геометрии на уроке-мастерской обращаю внимание способных учеников на метод вспомогательной окружности как наиболее эстетический. «Увидеть» окружность, там, где её нет, уже само по себе - искусство. И если у ученика стали чаще появляться «круги перед глазами» - это значит, что он усвоил этот метод и произошло это на уроке.

Привлекательными для учащихся и учителей являются интегрированные уроки, где ученики выступают в роли учителей разных предметов.

Учащиеся сами подбирают книги и статьи по теме урока, готовят теоретическую и практическую части, иллюстративный и раздаточный материал. Каждый ученик к своей части урока готовит видеотехнику (проектор, компьютер), музыкальные диски, иллюстрации картин, подбирает литературные произведения, исторический материал. Такие уроки проходят на высоком эмоциональном подъёме, с большим интересом, несут воспитательную функцию, прививают любовь к математике и влияют на эстетическое развитие. Успешно осуществляются межпредметные связи математики с биологией, литературой, музыкой, физикой, изобразительным искусством и другими предметами. В качестве примера, в приложениях, покажу интегрированный урок по теме: «Этот удивительный мир симметрии», связанный с темой работы и её частью, рассмотренной во II главе (Приложение 7).

###  5.4 Геометрические интерпретации алгебраических задач

Современная математика часто пользуется схемой: построение моделей → исследование моделей → интерпретация. В процессе обучения математике очень важен именно последний этап.

Геометрические интерпретации (иллюстрации) удобны и доступны для понимания подавляющего большинства обучающихся, так как с их использованием алгебраическая задача перестает быть отвлеченной и абстрактной, а найденные решения в процессе их поиска становятся частью опыта ученика. Геометрический образ откладывается в сознании и легко может быть актуализирован в аналогичной или даже незнакомой обстановке. Таким образом, формируется геометрическое мышление, то есть развивается умение оперировать различными геометрическими объектами, интерпретировать алгебраические задачи геометрически.

Особенно ярко все это проявляется в процессе обучения школьников алгебраическим задачам в разделе «Модули». Эта тема довольно трудна для восприятия. На своих уроках я стараюсь преподнести материал как целый мир геометрических образов, простых и понятных, часто очень красивых и запоминающихся.

Есть несколько подходов к трактовке данной темы:

1. Традиционная методика решения алгебраических задач с модулем состоит в разбиении числовой оси на интервалы и выявления вида функции
*y = f (x)* на каждом интервале.

2. Иной способ основан на геометрическом образе модуля – изломе (преломлении). Линия функции на графике *y =*|*f (x)*| преломляется в особых точках. Эти точки «преломления» графика есть нули функции. После излома осевая симметрия относительно оси абсцисс отображает продолжение графика функции *y = f (x)* вверх. При этом число нулей совершенно несущественно, а простой образ «нуль функции – преломление графика» гораздо эффективнее, нежели формальные алгебраические рассуждения. Таким образом, для ключевого понятия найден простой геометрический образ, и все остальное воспринимается намного легче. Ученикам теперь понятно, что число модулей определяет число изломов.

Геометрическая интерпретация алгебраических выражений с модулем позволяет демонстрировать красоту и эстетику геометрических форм.

 Заключение

В своей работе я привела лишь некоторые примеры, подтверждающие многие теоретические положения об эстетическом потенциале уроков математики. Сопровождая свои уроки различными методами и способами подачи математического материала, я стараюсь повышать его привлекательность. В результате такого обучения ученики начинают смотреть на задачи как на исследовательские объекты, в которых скрыта гармония и красота математики, наслаждаясь тем, что в процессе работы эти качества математики обнажаются, и красота математики становится для ребят доступной.

Эстетическая сторона математики раскрывается в использовании школьниками обобщения и аналогии, наглядности и выразительности математических объектов, всестороннего анализа изучаемых ситуаций, поиска и выбора наиболее изящного способа решения, логической обоснованности и доказательности.

На протяжении нескольких лет мною проводилось анкетирование учащихся по выявлению интереса к математике. Целью этого анкетирования также является определение мотивов, побуждающих изучение математики, у учащихся разного возраста. По результатам анкетирования составлены диаграммы, в которых отражены изменения в сознании и отношении учащихся к предмету за несколько лет. Меня интересовали следующие вопросы: как изменяется интерес к математике в процессе обучения за три года, как изменяется эмоциональное отношение к процессу обучения и к урокам математики, каков уровень испытываемых трудностей в усвоении математического образования, в сравнении с другими школьными предметами, каков выбор математики для в поступления в ВУЗ, как изменился уровень знаний к концу обучения в школе (Приложение 8).

Отвечая на вопросы анкеты о роли и значении математики в их жизни, ребята отвечают, что математика необходима «…для развития мышления, творчества, логики, математика привлекает красотой и изяществом доказательств, построением графиков,…, математика – серьёзная, интересная, сложная, но красивая наука». Так отвечают примерно треть выпускников и это, по-моему, неплохо. Потребность, которая вызвала необходимость обратиться к данной теме, была обусловлена различным восприятием математики учащимися и учителем. Работая по данному вопросу, я попыталась создать оптимальные условия на уроках и во внеклассной работе для развития интереса к математике у учащихся через восприятие математики как необходимой, увлекательной и красивой науки. Уверена, что всему этому способствует планомерная работа, связанная с темой моего педагогического опыта.

Из всего вышесказанного можно сделать вывод о том, что при систематической работе по формированию интереса к математике и нравственно-эстетических взглядов у ребят на протяжении лет обучения в школе, складывается определенный образ красоты математики, который помогает им легче осваивать эту сложную, но интересную науку.

Моя работа рассчитана на несколько лет, и я буду работать над этой темой дальше. В перспективе предполагается рассмотреть вопрос о возможностях предмета математики в плане развития речевой культуры, которая является одним из решающих факторов развития личности и фундаментом гуманитарной культуры вообще. Возможности предмета математики в этом вопросе поистине велики, так как математический склад мышления формирует подобную себе речь: краткую, четкую, логически обоснованную.

Очень важна и эмоциональная сторона подачи учебного материала.

Искренне считаю, что жизнь настоятельно требует сегодня сделать эстетику не гостьей на уроке, а эффективным средством превращения ученика в чувственного, гуманного, творческого человека.

##  Литература

## 1. Бендукидзе А.Д. Золотое сечение.//Квант.1973.№8.С.7-12.

2. Болтянский В.Г. Математическая культура и эстетика.//Математика в школе, 1982. - № 2.-С.5-9.

4. Болтянский В.Г. Математика. Курс лекций.-М.:Альфа,1994.-95с

5. Василевский А.Б. Задания для внеклассной работы по математике. – Минск: «Народная асвета», 2008.-24с.

6. Васютинский Н.А. Золотая пропорция. - М.:1990.-298с.

7. Ведерникова Т.Н., Иванов О.А. Интеллектуальное развитие школьников на уроках математики. //Математика в школе, 2002.-№ 3.-С.4-9.

8. Готт В.С. Симметрия и асимметрия. – М.:1965.-23с.

9. Гусева Н.В., Зайкин Н.И. Дополнительные возможности красивых заданий. //Математика в школе, 1999. - № 1.-С.8-12.

10. Довгопол И.И., Ивкова Т.А. Современные образовательные и пе дагогиеские технологии.- Симферополь: НАТА,2006.- 335с.

11. Зенкевич И.Г.Эстетика урока математики.– М.: Просвещение,- 1981.-127с.

12. Зив Б. Урок одной задачи //Математика, 1997. - № 1.-С.11-18.

13. Кованцов М.И. Математика и романтика. – Киев: Вища школа, 1990.-41с.

14. Рощина Н.Л. О воспитании эстетического вкуса учащихся при решении планиметрических задач. //Математика в школе, 1996. - № 2.С.6-15.

15. Саввина О.А. Эстетический потенциал истории математики. // Математика в школе, 2000. - № 3.-С.8-12.

16. Сергеев И.Н. Примени математику. – М.: Наука, 1989.- 149с.

17. Цукарь Н.А. Геометрические преобразования. //Математика, 1999. -
 №4.-С.16-22.

18. Шатуновский Я. Математика как изящное искусство и её роль в общем образовании. //Математика в школе, 2001. - № 3.-С.9-19.

19. Якир М.С. Что же такое красивая задача? //Математика в школе, 1999г. - № 6.-С.5-12.

##