

**План-конспект элективного занятия по подготовке к ОГЭ  
по математике по теме: «Решение задач по геометрии. Окружность, круг  
и их элементы»**

**учителя математики (учителя-практиканта) МОУ-ООШ №6 г. Аткарска  
Нестеровой Натальи Сергеевны**

**Цель:** подготовить учащихся к решению задач из ОГЭ по теме: «Окружность, круг и их элементы».

**Задачи:**

Дидактические:

- повторить теоретический материал по теме: «Окружность, круг и их элементы»;
- применять полученные знания при решении задач I части экзамена по данной теме.

Развивающие:

- развивать познавательный интерес учащихся;
- развивать умение выдвигать и обосновывать свои предположения.

Воспитательные:

- формировать потребность в самообразовании;
- воспитывать аккуратность, внимательность, наблюдательность.

**Продолжительность:** 135 минут (3 урока по 45 минут).

**Методы:** объяснительно-иллюстративный, репродуктивный.

**Оборудование:** карточки с заданиями.

**Ход занятия №1 (Центральные и вписанные углы)**

**I. Организационный момент (2 минуты).**

Ребята, в этом году вам предстоит сдать ОГЭ по математике, который включает в себя 25 заданий. Из них первые 19 заданий относятся к I части, а оставшиеся 6 – ко II части. Сегодня и на следующих 2-х занятиях мы будем решать задачи по геометрии, а именно задачи, связанные с окружностью, кругом и их элементами. В силу того, что задания в экзаменационной работе предлагаются каждый год разные, мы с вами не можем узнать заранее, какие задачи будут в ваших КИМах. Поэтому, чтобы уверенно решать предложенные задачи, надо хорошо знать теорию, т.е. определения и формулировки теорем, а также знать формулы. Кроме того, в экзаменационной работе есть задание под № 19, которое проверяют, как учащиеся ориентируются в теоретическом материале по геометрии. В каждом варианте в задании №19 предлагается по три высказывания, из которых необходимо выбрать либо верные, либо неверные. Иногда из-за одного пропущенного слова меняется смысл сказанного. Поэтому мы начнём наше занятие с проверки знания теории.

## II. Актуализация знаний (5 минут).

– Что такое центральный угол? // Угол с вершиной в центре окружности называется ее центральным углом.

– Какой угол является вписанным? // Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется вписанным углом.

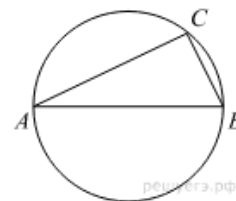
– Чему равен вписанный угол? // Теорема: Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

– Назовите следствия из теоремы о вписанном угле // Следствие №1: Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны. Следствие №2: Вписанный угол, опирающийся на полуокружность (диаметр) – прямой.

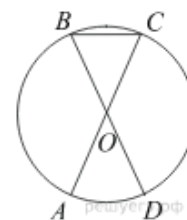
## III. Решение задач по геометрии I части ОГЭ (35 минут).

Что успешно сдать экзамен, нужно решить не менее 2 заданий из модуля «Геометрия». Рассмотрим несколько задач устно (работа по готовым чертежам).

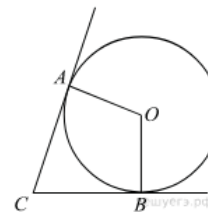
**№1.** Центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , лежит на стороне  $AB$ . Найдите угол  $ABC$ , если угол  $BAC$  равен  $30^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



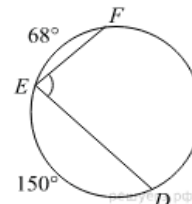
**№2.**  $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $78^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.



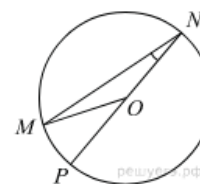
**№3.** В угол  $C$  величиной  $83^\circ$  вписана окружность с центром  $O$ , которая касается сторон угла в точках  $A$  и  $B$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.



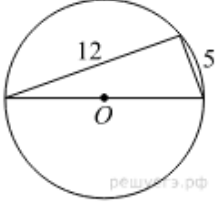
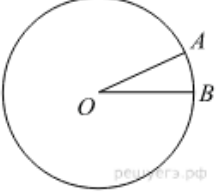
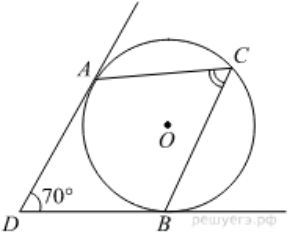
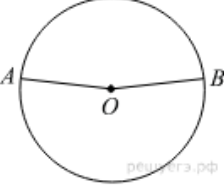
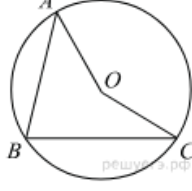
**№4.** Найдите  $\angle DEF$ , если градусные меры дуг  $DE$  и  $EF$  равны  $150^\circ$  и  $68^\circ$  соответственно.



**№5.** Найдите градусную меру центрального  $\angle MON$ , если известно,  $NP$  — диаметр, а градусная мера  $\angle MNP$  равна  $18^\circ$ .



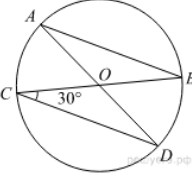
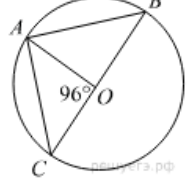
Далее проводится работа по карточкам. Разбираем, затем решение записываем на доске.

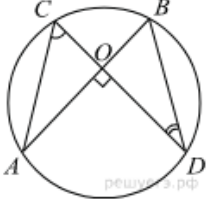
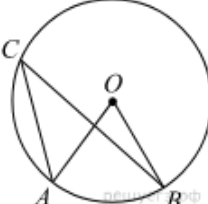
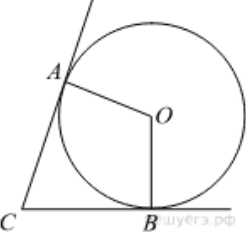
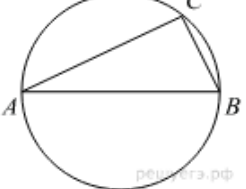
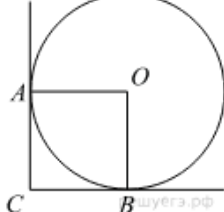
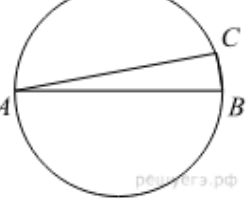
|                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. Прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 12 см вписан в окружность. Чему равен радиус этой окружности?</p>                                                                                                                                                           |    |
| <p>2. На окружности с центром <math>O</math> отмечены точки <math>A</math> и <math>B</math> так, что <math>\angle AOB = 18^\circ</math>. Длина меньшей дуги <math>AB</math> равна 98. Найдите длину большей дуги.</p>                                                         |    |
| <p>3. В угол величиной <math>70^\circ</math> вписана окружность, которая касается его сторон в точках <math>A</math> и <math>B</math>. На одной из дуг этой окружности выбрали точку <math>C</math> так, как показано на рисунке. Найдите величину угла <math>ACB</math>.</p> |    |
| <p>4. Точки <math>A</math> и <math>B</math> делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 9:11. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг. Ответ дайте в градусах.</p>                                                                   |   |
| <p>5. Точка <math>O</math> – центр окружности, на которой лежат точки <math>A</math>, <math>B</math> и <math>C</math>. Известно, что <math>\angle ABC = 15^\circ</math> и <math>\angle OAB = 8^\circ</math>. Найдите угол <math>BCO</math>. Ответ дайте в градусах.</p>       |  |

#### IV. Итог занятия (3 минуты)

Сегодня мы с вами разобрали, как решать задачи на центральные и вписанные углы из открытого банка ОГЭ. Остались ли у вас вопросы по этой теме?

**Домашнее задание:** решить задания на карточках.

|                                                                                                                                                                                                                |                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. В окружности с центром в точке <math>O</math> проведены диаметры <math>AD</math> и <math>BC</math>, угол <math>OCD</math> равен <math>30^\circ</math>. Найдите величину угла <math>OAB</math>.</p>       |  |
| <p>2. Найдите градусную меру <math>\angle ACB</math>, если известно, что <math>BC</math> является диаметром окружности, а градусная мера центрального <math>\angle AOC</math> равна <math>96^\circ</math>.</p> |  |

|                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>3. Точки <math>A, B, C</math> и <math>D</math> лежат на одной окружности так, что хорды <math>AB</math> и <math>CD</math> взаимно перпендикулярны, а <math>\angle BDC = 25^\circ</math>. Найдите величину угла <math>ACD</math>.</p>                    |    |
| <p>4. Точка <math>O</math> – центр окружности, <math>\angle AOB = 84^\circ</math> (см. рисунок). Найдите величину угла <math>ACB</math> (в градусах).</p>                                                                                                  |    |
| <p>5. В угол <math>C</math> величиной <math>83^\circ</math> вписана окружность с центром <math>O</math>, которая касается сторон угла в точках <math>A</math> и <math>B</math>. Найдите угол <math>AOB</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                 |    |
| <p>6. Центр окружности, описанной около треугольника <math>ABC</math>, лежит на стороне <math>AB</math>. Найдите угол <math>ABC</math>, если угол <math>BAC</math> равен <math>30^\circ</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                |   |
| <p>7. В угол <math>C</math> величиной <math>90^\circ</math> вписана окружность, которая касается сторон угла в точках <math>A</math> и <math>B</math>, точка <math>O</math> – центр окружности. Найдите угол <math>AOB</math>. Ответ дайте в градусах.</p> |  |
| <p>8. Центр окружности, описанной около треугольника <math>ABC</math>, лежит на стороне <math>AB</math>. Найдите угол <math>ABC</math>, если угол <math>BAC</math> равен <math>9^\circ</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                 |  |

### Ход занятия №2 (Касательная, хорда, секущая, радиус)

#### I. Организационный момент (2 минуты).

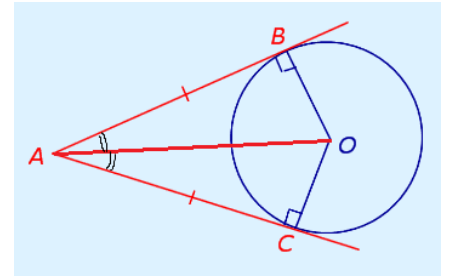
Сегодня мы с вами продолжим решать задачи по геометрии из I части ОГЭ по математике. Это занятие будет посвящено теме: «Касательная, хорда, секущая, радиус». Давайте с вами вспомним теоретический материал по данной теме.

#### II. Актуализация знаний (5 минут).

– Что такое касательная? // Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется касательной к окружности.

– Как связаны между собой касательная и радиус окружности? // Теорема: Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

– Что можно сказать о касательных, которые проведены из одной точки? // Касательные, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

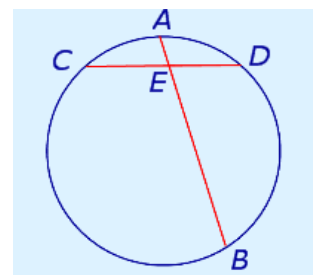


– Что такое хорда? // Хорда – это отрезок, соединяющий две точки окружности.

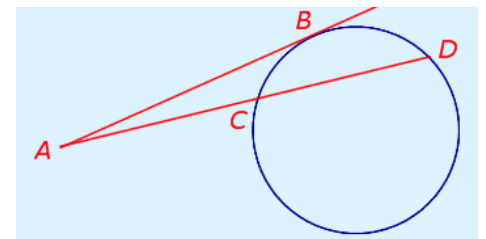
– Что такое секущая? // Секущая – это прямая, пересекающая окружность в двух точках.

– Как связаны между собой две пересекающиеся хорды?

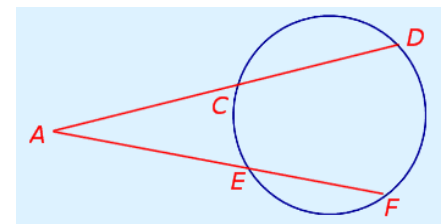
// Теорема: Если две хорды пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.



– Каким соотношением связаны между собой хорда и касательная, проведенные к окружности из одной точки? // Теорема: Для касательной AB и хорды AD (она пересекает окружность также в точке C), проведенных из одной точки, справедливо следующее соотношение:  $AB^2 = AD \cdot AC$ .



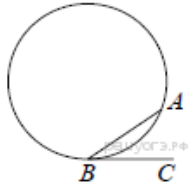
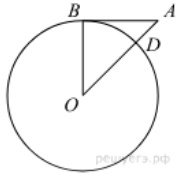
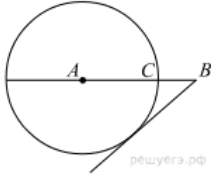
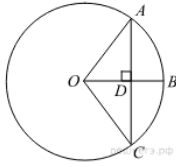
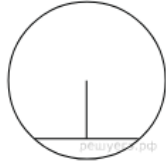
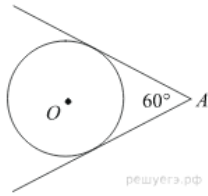
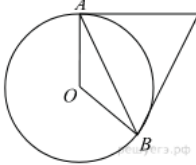
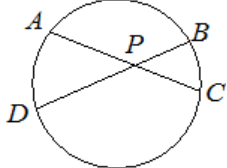
– Как связаны между собой секущие, проведенные из одной точки вне окружности? // Теорема: Для секущих AD и AF (пересекают окружность соответственно в точках C и E) справедливо равенство:  $AD \cdot AC = AF \cdot AE$ .



### III. Решение задач по геометрии I части ОГЭ (35 минут).

Работа по карточкам. Разбираем задачу, решение записываем на доске.

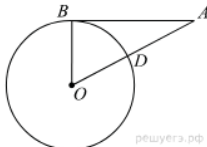
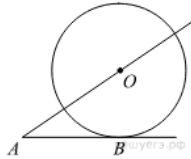
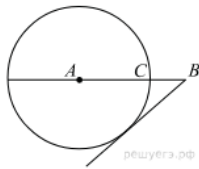
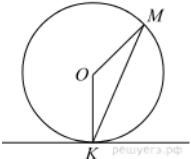
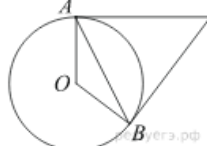
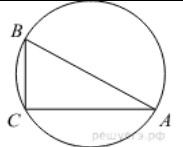
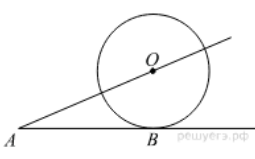
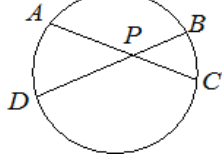
|                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>1. Отрезки <math>AB</math> и <math>CD</math> являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды <math>CD</math>, если <math>AB = 18</math>, <math>CD = 24</math>, а расстояние от центра окружности до хорды <math>AB</math> равно 12.</p> |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>2. На окружности отмечены точки <math>A</math> и <math>B</math> так, что меньшая дуга <math>AB</math> равна <math>72^\circ</math>. Прямая <math>BC</math> касается окружности в точке <math>B</math> так, что угол <math>ABC</math> острый. Найдите угол <math>ABC</math>. Ответ дайте в градусах.</p> |    |
| <p>3. Отрезок <math>AB = 40</math> касается окружности радиуса <math>75</math> с центром <math>O</math> в точке <math>B</math>. Окружность пересекает отрезок <math>AO</math> в точке <math>D</math>. Найдите <math>AD</math>.</p>                                                                        |    |
| <p>4. На отрезке <math>AB</math> выбрана точка <math>C</math> так, что <math>AC = 75</math> и <math>BC = 10</math>. Построена окружность с центром <math>A</math>, проходящая через <math>C</math>. Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки <math>B</math> к этой окружности.</p>         |    |
| <p>5. Радиус <math>OB</math> окружности с центром в точке <math>O</math> пересекает хорду <math>AC</math> в точке <math>D</math> и перпендикулярен ей. Найдите длину хорды <math>AC</math>, если <math>BD = 1</math> см, а радиус окружности равен <math>5</math> см.</p>                                 |    |
| <p>6. Длина хорды окружности равна <math>72</math>, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно <math>27</math>. Найдите диаметр окружности.</p>                                                                                                                                                |   |
| <p>7. Из точки <math>A</math> проведены две касательные к окружности с центром в точке <math>O</math>. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен <math>60^\circ</math>, а расстояние от точки <math>A</math> до точки <math>O</math> равно <math>8</math>.</p>                        |  |
| <p>8. Касательные в точках <math>A</math> и <math>B</math> к окружности с центром <math>O</math> пересекаются под углом <math>72^\circ</math>. Найдите угол <math>ABO</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                                                                                 |  |
| <p>9. Окружность с центром на стороне <math>AC</math> треугольника <math>ABC</math> проходит через вершину <math>C</math> и касается прямой <math>AB</math> в точке <math>B</math>. Найдите <math>AC</math>, если диаметр окружности равен <math>7,5</math>, а <math>AB = 2</math>.</p>                   |                                                                                       |
| <p>10. Хорды <math>AC</math> и <math>BD</math> окружности пересекаются в точке <math>P</math>, <math>BP=12</math>, <math>CP=15</math>, <math>DP=25</math>. Найдите <math>AP</math>.</p>                                                                                                                   |  |

#### IV. Итог занятия (3 минуты)

Сегодня мы с вами разобрали, как решать задачи на касательные, секущие, хорды и радиусы из открытого банка ОГЭ. Остались ли у вас вопросы по этой теме?

**Домашнее задание:** решить задания на карточках.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. Отрезки <math>AB</math> и <math>CD</math> являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды <math>CD</math>, если <math>AB = 18</math>, <math>CD = 24</math>, а расстояние от центра окружности до хорды <math>AB</math> равно 12.</p>                     |                                                                                       |
| <p>2. Отрезок <math>AB=72</math> касается окружности радиуса 54 с центром <math>O</math> в точке <math>B</math>. окружность пересекает отрезок <math>AO</math> в точке <math>D</math>. Найдите <math>AD</math>.</p>                                                                          |    |
| <p>3. К окружности с центром в точке <math>O</math> проведены касательная <math>AB</math> и секущая <math>AO</math>. Найдите радиус окружности, если <math>AB=32</math>, <math>AO=40</math>.</p>                                                                                             |    |
| <p>4. На отрезке <math>AB</math> выбрана точка <math>C</math> так, что <math>AC=48</math> и <math>BC=2</math>. Построена окружность с центром <math>A</math>, проходящая через <math>C</math>. Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки <math>B</math> к этой окружности.</p> |   |
| <p>5. Прямая касается окружности в точке <math>K</math>. Точка <math>O</math> — центр окружности. Хорда <math>KM</math> образует с касательной угол, равный <math>83^\circ</math>. Найдите величину угла <math>OMK</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                       |  |
| <p>6. Касательные в точках <math>A</math> и <math>B</math> к окружности с центром <math>O</math> пересекаются под углом <math>76^\circ</math>. Найдите угол <math>ABO</math>. Ответ дайте в градусах.</p>                                                                                    |  |
| <p>7. В треугольнике <math>ABC</math> угол <math>C</math> равен <math>90^\circ</math>, <math>AC = 30</math>, <math>BC=5\sqrt{13}</math>. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.</p>                                                                                  |  |
| <p>8. К окружности с центром в точке <math>O</math> проведены касательная <math>AB</math> и секущая <math>AO</math>. Найдите радиус окружности, если <math>AB = 12</math> см, <math>AO = 13</math> см.</p>                                                                                   |  |
| <p>9. Хорды <math>AC</math> и <math>BD</math> окружности пересекаются в точке <math>P</math>, <math>BP=7</math>, <math>CP=14</math>, <math>DP=10</math>. Найдите <math>AP</math>.</p>                                                                                                        |  |

## Ход занятия №3 (Вписанные и описанные окружности около многоугольника)

### I. Организационный момент (2 минуты).

Сегодня мы с вами продолжим решать задачи по геометрии из I части ОГЭ по математике. Это занятие будет посвящено теме: «Вписанные и описанные окружности около многоугольника». Давайте с вами вспомним теоретический материал по данной теме.

### II. Актуализация знаний (5 минут)

– Какая окружность называется вписанной в многоугольник? // Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется вписанной в многоугольник, а многоугольник – описанным около этой окружности.

– В какой треугольник можно вписать окружность? // В любой треугольник (притом только одну)

– В какой четырехугольник можно вписать окружность? // В четырехугольник, суммы противоположных сторон которого равны (верно и обратное).

– Какая окружность называется описанной около многоугольника? // Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется описанной около многоугольника, а многоугольник – вписанным в эту окружность.

– Около какого треугольника можно описать окружность? // Около любого (притом только одну).

– В какой четырехугольник можно вписать окружность? // Около четырехугольника можно описать окружность, если сумма противоположных углов равна  $180^\circ$  (верно и обратное).

– Можно ли описать окружность около правильного многоугольника? // Теорема: Около любого правильного многоугольника можно описать окружность, и притом только одну.

– Можно ли вписать окружность в правильный многоугольник? // В любой правильный многоугольник можно вписать окружность, и притом только одну.

– Какими свойствами обладают вписанные и описанные окружности около правильного многоугольника? // Центры вписанной и описанной около правильного многоугольника окружностей совпадают.

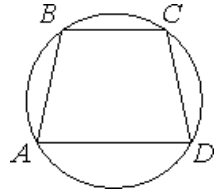
– Где происходит касание окружности, вписанной в правильный многоугольник? // Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается сторон многоугольника в их серединах.



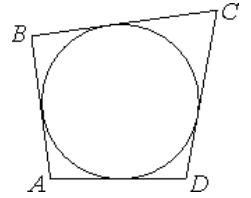
### III. Решение задач по геометрии I части ОГЭ (35 минут).

Рассмотрим несколько задач устно (работа по готовым чертежам).

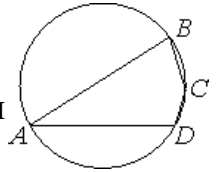
**№1.** Угол A трапеции ABCD с основаниями AD и BC, вписанной в окружность, равен  $31^\circ$ . Найдите угол B этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



**№2.** Четырёхугольник ABCD описан около окружности,  $AB=9$ ,  $BC=13$ ,  $CD=18$ . Найдите AD.

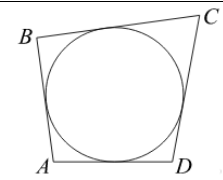


**№3.** Угол A четырёхугольника ABCD, вписанного в окружность, равен  $33^\circ$ . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



Далее работаем по карточкам. Разбираем задачу, решение записываем на доске

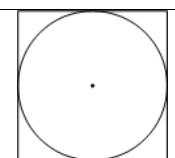
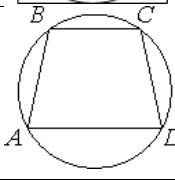
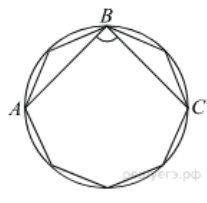
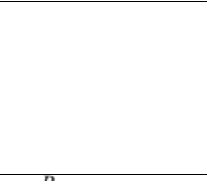
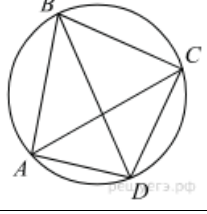
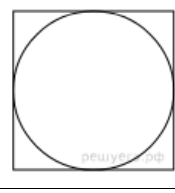
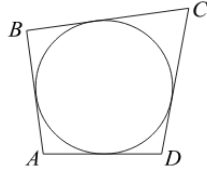
|                                                                                                                                                                                                                          |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p><b>1.</b> Сторона квадрата равна <math>38\sqrt{2}</math>. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.</p>                                                                                              |  |
| <p><b>2.</b> Сторона квадрата равна 56. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.</p>                                                                                                                         |  |
| <p><b>3.</b> В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла ABC.</p>                                                                                                                           |  |
| <p><b>4.</b> Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 4. Угол при вершине, противолежащий основанию, равен <math>120^\circ</math>. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.</p>         |  |
| <p><b>5.</b> Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором <math>AB = BC</math> и <math>\angle ABC = 177^\circ</math>. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.</p> |  |
| <p><b>6.</b> Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен <math>70^\circ</math>, угол CAD равен <math>49^\circ</math>. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.</p>                                         |  |

|                                                                                                                                                          |                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>7. Четырехугольник <math>ABCD</math> описан около окружности, <math>AB=12</math>, <math>BC=6</math>, <math>CD=13</math>. Найдите <math>AD</math>.</p> |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|

**IV. Итог занятия (3 минуты)**

Сегодня мы с вами разобрали, как решать задачи на окружности, вписанные и описанные около многоугольника из открытого банка ОГЭ. Остались ли у вас вопросы по этой теме?

**Домашнее задание:** решить задания на карточках.

|                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. Сторона квадрата равна 62. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.</p>                                                                                                                                         |    |
| <p>2. Угол <math>A</math> трапеции <math>ABCD</math> с основаниями <math>AD</math> и <math>BC</math>, вписанной в окружность, равен <math>79^\circ</math>. Найдите угол <math>B</math> этой трапеции. Ответ дайте в градусах.</p> |    |
| <p>3. В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла <math>ABC</math>.</p>                                                                                                                              |   |
| <p>4. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5. Угол при вершине, противолежащий основанию, равен <math>120^\circ</math>. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.</p>                         |  |
| <p>5. Четырехугольник <math>ABCD</math> вписан в окружность. Угол <math>ABC</math> равен <math>70^\circ</math>, угол <math>CAD</math> равен <math>49^\circ</math>. Найдите угол <math>ABD</math>. Ответ дайте в градусах.</p>     |  |
| <p>6. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.</p>                                                                                                                                                       |  |
| <p>7. Четырехугольник <math>ABCD</math> описан около окружности, <math>AB=15</math>, <math>BC=9</math>, <math>CD=14</math>. Найдите <math>AD</math>.</p>                                                                          |  |