***Внеаудиторная самостоятельная работа № 1****.*

***Тема: «Геометрическая вероятность».***

Цель: научится вычислять геометрическую вероятность в определённой области.

## План.

1. Определение геометрической вероятности, примеры решения задач.
2. Контрольные вопросы.
3. Перечень задач для решения.

**Определение геометрической вероятности.**

Классическое определение вероятности предполагает, что число элементарных исходов испытания конечно. На практике же весьма часто встречаются испытания, число возможных исходов которых бесконечно. В таких случаях классическое определение неприменимо. Уже это обстоятельство указывает на ограниченность классического определения. Отмеченный недостаток может быть преодолен, в частности, введением геометрической вероятности.

Геометрическая вероятность — вероятности попадания точки в область (отрезок, часть плоскости и т. д.).

Пусть отрезок *l* составляет часть отрезка L. На отрезок L наудачу поставлена точка. Это означает выполнение следующих предположений: поставленная точка может оказаться в любой точке отрезка L, вероятность попадания точки на отрезок *l* пропорциональна длине этого отрезка и не зависит от его расположения относительно отрезка L. В этих предположениях вероятность попадания точки на отрезок *l* определяется равенством

Р = Длина *l* /Длина L.

***Пример 1.*** *На отрезок ОА длины L числовой оси Ох наудачу поставлена точка В(х). Найти вероятность того, что меньший из отрезков ОВ и ВА имеет длину, большую L/3. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения на числовой оси.*

***Решение.*** *Разобьем отрезок ОА точками С и D на 3 равные части. Требование задачи будет выполнено, если точка В(х) попадет на отрезок CD длины L/3. Искомая вероятность*

*P=(L/3)/L =1/3.*

Пусть плоская фигура g составляет часть плоской фигуры G. На фигуру G наудачу брошена точка. Это означает выполнение следующих предположений: брошенная точка может оказаться в любой точке фигуры G, вероятность попадания брошенной точки на фигуру g пропорциональна площади этой фигуры и не зависит ни от ее расположения относительно G, ни от формы g. В этих предположениях вероятность попадания точки в фигуру g определяется равенством

Р = Площадь g/Площадь G.

***Пример 2.*** *На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет в кольцо, образованное построенными окружностями. Предполагается, что вероятность попадания точки в плоскую фигуру пропорциональна площади этой фигуры и не зависит от ее расположения относительно большого круга.*

***Решение.*** *Площадь кольца (фигуры g)*

*Sg = π(102-52)=75π.*

*Площадь большого круга (фигуры G)*

*SG=π102=100π.*

*Искомая вероятность*

*Р = 75π/(100π) = 0,75.*

Замечание 1. Приведенные определения являются частными случаями общего определения геометрической вероятности. Если обозначить меру (длину, площадь, объем) области через mes, то вероятность попадания точки, брошенной наудачу (в указанном выше смысле) в область g— часть области G, равна

Р = mes g/mes G.

Замечание 2. В случае классического определения вероятность достоверного (невозможного) события равна единице (нулю); справедливы и обратные утверждения (например, если вероятность события равна нулю, то событие невозможно). В случае геометрического определения вероятности обратные утверждения не имеют места. Например, вероятность попадания брошенной точки в одну определенную точку области G равна нулю, однако это событие может произойти, и, следовательно, не является невозможным.

**Контрольные вопросы.**

* 1. Назовите недостаток классического определения вероятности, ограничивающий его применение, и напишите, как он преодолен в геометрическом определении вероятности.
  2. Дайте определение геометрической вероятности.
  3. От чего зависит значение геометрической вероятности?

**Перечень задач для решения.**

1. На уроке физкультуры студент бросает гранату, и максимальное расстояние, на которое он может забросить мяч – x метров. Найти вероятность того, что мяч улетит за отметку - y м.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **Значение x (м)** | **Значение y (м)** | **Вариант** | **Значение x (м)** | **Значение y (м)** |
| **1** | 15 | 3 | **9** | 20 | 15 |
| **2** | 20 | 5 | **10** | 24 | 12 |
| **3** | 18 | 10 | **11** | 30 | 10 |
| **4** | 30 | 12 | **12** | 25 | 10 |
| **5** | 35 | 10 | **13** | 35 | 15 |
| **6** | 25 | 15 | **14** | 25 | 5 |
| **7** | 27 | 17 | **15** | 15 | 5 |
| **8** | 40 | 15 | **16** | 20 | 10 |

1. Точку случайным образом бросают в круг радиуса r. Какова вероятность того, что точка попадет во вписанный в круг квадрат?

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **Значение r** | **Вариант** | **Значение r** | **Вариант** | **Значение r** | **Вариант** | **Значение r** |
| **1** | 1 | **5** | 11 | **9** | 12 | **13** | 4 |
| **2** | 3 | **6** | 14 | **10** | 6 | **14** | 16 |
| **3** | 9 | **7** | 5 | **11** | 13 | **15** | 15 |
| **4** | 10 | **8** | 2 | **12** | 8 | **16** | 7 |

1. Внутри квадрата со стороной a см выделен круг радиусом r см. Случайным образом внутри квадрата отмечается точка. Какова вероятность того, что она попадет в выделенный круг?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **Значение a (cм)** | **Значение r (cм)** | **Вариант** | **Значение a (cм)** | **Значение r (cм)** |
| **1** | 10 | 2 | **9** | 10 | 4 |
| **2** | 4 | 2 | **10** | 11 | 5 |
| **3** | 15 | 3 | **11** | 9 | 2 |
| **4** | 7 | 2 | **12** | 10 | 4 |
| **5** | 12 | 5 | **13** | 12 | 4 |
| **6** | 5 | 2 | **14** | 10 | 5 |
| **7** | 6 | 3 | **15** | 9 | 3 |
| **8** | 8 | 3 | **16** | 20 | 4 |