Занятие – игра «Совет мудрецов» по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессия» для учащихся 9-1 класса (90 минут)

Цель занятия: обобщить и систематизировать знания учащихся о прогрессиях.

Оборудование: таблица «Прогрессии», заготовки листов для проверки знаний теории.

Ход занятия

1. Организационный момент.

Сегодня у нас необычное занятие. Сегодня состоится «Совет мудрецов». Мудрецы – учащиеся, сидящие в классе по группам (учащиеся разбиты на четыре группы). И мудрецы, сидящие за отдельным столом (жюри). В состав жюри входит учитель математики в качестве председателя жюри и члены жюри – 4 учащихся 10 класса.

2. Проверка знаний теории по теме «Прогрессии».

Учитель: Итак, проверим знание формул по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» *(Каждому учащемуся раздается заготовка для проверки знаний теории).*

№ п/п	Прогрессии	Арифметическая (a_n)	Геометрическая (b_n)
1	Определение		
2	Формула для нахождения n -го члена		
3	Сумма n -первых членов прогрессии		
4	Свойства		

(Учащиеся заполняют таблицу, затем на экране появляется таблица, учащиеся проверяют правильность заполнения таблиц друг у друга с таблицей на экране).

№ п/п	Прогрессии	Арифметическая (a_n)	Геометрическая (b_n)
1	Определение	$a_{n+1}=a_n+d$	$b_{n+1}=b_n q\,(q\neq 0)$
2	Формула для нахождения n -го члена	$a_n=a_1+(n-1)d$	$b_n=b_1 q^{n-1}$
3	Сумма n -первых членов прогрессии	$S_n=\frac{2a_1+(n-1)d}{2}n$	$S_n=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$
4	Свойства	$a_n=\frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}$	$b_n=\sqrt{b_{n+1}\cdot b_{n-1}}$ $S=\frac{b_1}{1-q}$ $\lvert q\rvert<1$ бесконечно убывающая

Учащиеся заполняют таблицы 3-4 минуты. Жюри проверяет.

В это время учащиеся отвечают устно. *Сформулируйте определение арифметической прогрессии. Какое число называют разностью арифметической прогрессии? Какая последовательность чисел называется геометрической прогрессией? Что называют знаменателем геометрической прогрессии?*

Учитель: Зная эти формулы, можно решить много интересных задач, и если вы, Мудрецы, справитесь с их решениями, то узнаете любимое изречение одного из Мудрецов.

3. Решение задач на применение формул.

(Каждой группе дается задание. Задания распределяются в каждой группе с учетом возможностей ее участников)

<u>1-я группа.</u>

1. В арифметической прогрессии $-1, 4, 9, \ldots$ найдите: 1) $d-?(5)$; 2) $S_8-?(132)$; 3) $a_{17}-?(79)$.

2. В геометрической прогрессии $b_1=8$, $q=1/2$, найдите: 4) $S_5-?(15{,}5)$; 5) $b_5-?(\frac{1}{2})$.

3. В арифметической прогрессии $a_n=3n+4$, найдите: *6)* $a_1-?(7)$; 7) $d-?(3)$; 8) $a_{10}-?(34)$.

4. Между числами –2 и –128 вставьте два числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия: 9) (-8); 10) (-32). *(Учащиеся составляют слово, используя таблицу)*

и	м	т	к	а	м	а	т	а	е
34	5	3	-8	132	0,5	7	79	-32	15,5

м	**а**	**т**	**е**	**м**	**а**	**т**	**и**	**к**	**а**
5	132	79	15,5	0,5	7	3	34	-8	-32

<u>2-я группа.</u>

1. В арифметической прогрессии $-2, 5, 12 \ldots$ найдите: 1) $d-?(7)$; 2) $S_5-?(60)$; 3) $a_{17}-?(110)$.

2. В геометрической прогрессии $b_1=-32; q=1/2$ найдите: 4) $S_{10}-?(-63\frac{15}{16})$; 5) $b_6-?(-1)$; 6) $S_5-?(-62)$.

3. В бесконечной геометрической прогрессии: $-48, 24, -12 \ldots$ 7) $S-?(-32)$.

4. Между числами 1 и 64 вставьте два числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия 8) (4); 9) (16).

5. Найдите первый член бесконечной геометрической прогрессии, если:

$S=4\sqrt{2}+4; q=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 10) $b_1-?(2\sqrt{2})$ *(Учащиеся составляют слово, используя таблицу).*

р	н	ц	и	а	а	у	ц	а	к
110	-32	7	$-63\frac{15}{16}$	60	4	16	-1	-62	$2\sqrt{2}$
ц	**а**	**р**	**и**	**ц**	**а**	**н**	**а**	**у**	**к**
7	60	110	$-63\frac{15}{16}$	-1	-62	-32	4	16	$2\sqrt{2}$

3-я группа.

1. В арифметической прогрессии $a_n=5n+3$ найдите: 1) $a_1-?(8)$; 2) $d-?(5)$; 3) $a_{13}-?(68)$.

2. В арифметической прогрессии $19, 15, 11 \ldots$ найдите: 4) $a_{17}-?(-45)$; 5) $S_{17}-?(-221)$.

3. В геометрической прогрессии $b_1=4, q=\sqrt{3}$ найдите: 6) $b_7-?(108)$; 7) $S_6-?(52\cdot(\sqrt{3}+1))$.

4. Найдите первый член бесконечной геометрической прогрессии $S=16, q=1/4$ 8) $b_1-?(12)$.

5. В геометрический прогрессии $b_1=2, q=3$ найдите: 9) $S_8-?(6560)$; 10) $b_5-?(162)$. *(Учащиеся составляют слово, используя таблицу)*

м	и	а	а	р	к	е	и	т	ф
-221	12	8	162	5	6560	108	68	$52\cdot(\sqrt{3}+1)$	-45
а	**р**	**и**	**ф**	**м**	**е**	**т**	**и**	**к**	**а**
8	5	68	-45	-221	108	$52\cdot(\sqrt{3}+1)$	12	6560	162

4-я группа.

1. В арифметической прогрессии $3, 7, \ldots,$ найдите: 1) $d - ?(4);$ 2) $a_{10} - ?(39);$ 3) $S_{12} - ?(300).$

2. В геометрической прогрессии $-1, -2, -4, \ldots$ найдите: 4) $q - ?(2);$ 5) $b_5 - ?(-16);$ 6) $S_4 - ?(-15).$

3. Найдите первый член бесконечной геометрической прогрессии, если $S = 6\sqrt{2} + 6, q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 7) $b_1 - ?(3\sqrt{2}).$

4. В геометрической прогрессии $b_3 = 54, b_5 = 6$ найдите: 8) $b_4 - ?(18);$ 9) $b_1 - ?(486);$ 10) $S_6 - ?(728);$ 11) $q - ?(1/3).$

5. Между числами $\frac{1}{16}$ и 32 вставьте два числа так, чтобы они вместе с данными числами составили геометрическую прогрессию: 12) $\frac{1}{2};$ 13) $(4).$

6. В геометрической прогрессии $b_6 = 100, b_8 = 9$ найдите: 14) $b_7 - ?(30);$ 15) $q - ?(0{,}3).$

7. В арифметической прогрессии $a_4 = 8, a_6 = 24$ найдите: 16) $a_5 - ?(16).$

(Учащиеся составляют слово, используя таблицу)

а	ц	р	и	а	ц	а	е	м	т	и	м	т	к	и	а
39	4	300	2	-15	-16	15	728	$3\sqrt{2}$	486	30	1/3	4	0,3	16	0,5
ц	а	р	и	ц	а	м	а	т	е	м	а	т	и	к	и
4	39	300	2	-16	-15	$3\sqrt{2}$	15	486	728	1/3	0,5	4	30	0,3	16

4. Прогрессии в жизни и в быту.

Решите следующие задачи:

1. Покупка лошади.

Некто продал лошадь за 156 рублей. Но покупатель раздумал ее купить

из-за того, что считал лошадь таких денег не стоит. Тогда продавец предложил другие условия: «Купи только подковные гвозди, а лошадь получишь бесплатно. Гвоздей в каждой подкове 6. За первый гвоздь дай мне всего $1/4$ копейки, за второй – $1/2$ копейки, за третий – 1 копейку и т.д.» Покупатель, соблазненный низкой ценой, принял условия продавца. На сколько покупатель проторговался?

<u>Решение:</u>

$b_1=\frac{1}{4}, b_2=\frac{1}{2}, b_3=1.$ Если в каждой подкове по 6 гвоздей, то всего их 24. Значит нужно найти S_{24}.

$$g=\frac{b_2}{b_1}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}=2, S=0{,}25\cdot(2^{24}-1)=0{,}25\cdot(102410244-1)=4194303{,}75=42000\ \textit{рублей}.$$

<u>Ответ:</u> 41943,03 -156 = 41787 рублей.

<u>2. Вознаграждение воина.</u>

Служившему воину, дано вознаграждение: за первую рану 1 копейку, за другую – 2 копейки, за третью – 4 копейки и т.д. По исчислению воин получил вознаграждение в сумме 655 рублей 36 копеек. Спрашивается число его ран.

<u>Решение:</u>

$b_1=1, b_2=2, b_3=4.$ $S_n=655{,}36.$ $g=\frac{4}{2}=2,$

$S_n=2^n-1, 65535, 2^n=65536, n=16.$

<u>Ответ:</u> при столь великодушной системе вознаграждения воин должен получить 16 ран и остаться при этом в живых.

<u>4. Задача на нахождение всех возрастающих арифметических прогрессий.</u>

Найдите все возрастающие арифметические прогрессии с конечным числом членов, сумма которых равна 1, и каждый член имеет вид $1/k$, где k – натуральное.

<u>Решение:</u>

Пусть $1/m$ – наибольший член прогрессии. Тогда в прогрессии более m членов (иначе сумма меньше 1). С другой стороны, разность прогрессии $d \geq 1/m - 1/m + 1 = 1/m(m+1)$, поэтому членов не более $m+1$. Итак, число членов равно $m+1$, а среднее арифметическое всех членов равно $1/m+1$. Поскольку только один член прогрессии больше среднего арифметического, в прогрессии не более трех членов. Поэтому $m+1=3$, а сама прогрессия – $1/6, 1/3, 1/2$.

<u>Ответ:</u> $1/6, 1/3, 1/2$.

5. Блиц-турнир.

Каждая команда в течение 4 минут должна ответить «кто быстрее».За каждый верный ответ – 1 балл. В случае, если команда не знает ответа или не хочет терять времени, команда говорит «Дальше».

Вопросы командам:

1. a_n – арифметическая прогрессия, $a_1=4, d=3$. Назовите a_3.
2. Чему равна сумма первых трех членов арифметической прогрессии a_n, если $a_1=7, a_2=15$?
3. Если в арифметической прогрессии a_n: $a_1=2$, $d=5$, то чему равен двадцать первый её член?

6. Итог занятия. Слово предоставляется жюри: подсчитываются баллы каждой команды. А теперь капитаны назовут лучшего игрока команды. Команде победителю присваивается звание «Знатоки прогрессий». Победители и участники игры награждаются почетными грамотами и поощрительными призами. Всем активным участникам игры будут выставлены положительные оценки в журнал. Все сегодня молодцы! Спасибо всем за занятие.