

План-конспект урока алгебры в 9 классе по теме: «Геометрическая прогрессия в заданиях ОГЭ»

Тип урока: урок повторения и обобщения знаний.

Цель урока: продолжить формирование умений и навыков решения задач с применением геометрической прогрессии на примере заданий ОГЭ.

Задачи урока:

Образовательные:

- актуализировать опорные знания учащихся по данной теме;
- формировать навыки решения типовых задач ОГЭ (нахождение n -го члена, знаменателя геометрической прогрессии и т.п.).

Развивающие:

- развивать навыки анализа;
- развивать коммуникативные способности детей, развивать математическую речь;
- формировать у учащихся навыки первичного самоконтроля;
- использование метапредметных связей через исторический экскурс.

Воспитательные:

- воспитывать культуру математического мышления;
- развивать навыки самоорганизации, самообразования.

Методические особенности. Урок разработан с учётом обучения по учебнику: Алгебра. 9 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М.: Просвещение, 2014. – 335с. : ил. – (МГУ – школе).

Ход урока

I. Организационный момент (3 минуты)

Мотивация учебной деятельности.

Здравствуйте, ребята! Сегодня у нас необычный урок математики. Сегодня мы еще раз убедимся в том, что математика не только интересна сама по себе, но она необычайно полезна.

А начнём мы наш урок с легенды о шахматной доске. Чтобы понять ее, вовсе не нужно уметь играть в шахматы: достаточно знать, что игра происходит на доске, разграфленной на 64 клетки (попеременно черные и белые).

Шахматная игра была придумана в Индии, и когда индусский царь Шерам познакомился с нею, он был восхищен ее остроумием и разнообразием возможных в ней положений. Узнав, что она изобретена одним из его подданных, царь приказал его позвать, чтобы лично наградить за удачную выдумку. Изобретатель, его звали Сета, явился к трону

повелителя. Это был скромно одетый ученый, получавший средства к жизни от своих учеников.

«Я желаю достойно вознаградить тебя, Сета, за прекрасную игру, которую ты придумал», - сказал царь.

Мудрец поклонился.

«Я достаточно богат, чтобы исполнить самое смелое твое пожелание», – продолжал царь. – «Назови награду, которая тебя удовлетворит, и ты получишь ее».

Сета молчал.

«Не робей», – ободрил его царь. – «Выскажи свое желание. Я не пожалею ничего, чтобы исполнить его».

«Велика доброта твоя, повелитель. Но дай срок обдумать ответ. Завтра я сообщу тебе мою просьбу».

Когда на другой день Сета снова явился к ступеням трона, он удивил царя беспримерной скромностью своей просьбы.

«Повелитель», – сказал Сета, – «прикажи выдать мне за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно».

«Простое пшеничное зерно?» – изумился царь.

«Да, повелитель. За вторую клетку прикажи выдать 2 зерна, за третью – 4, за четвертую – 8, за пятую – 16, за шестую – 32...»

«Довольно», – с раздражением прервал его царь. – «Ты получишь свои зерна за все 64 клетки доски, согласно твоему желанию. Но знай, что просьба твоя недостойна моей щедрости. Прося такую ничтожную награду, ты непочтительно пренебрегаешь моей милостью. Ступай. Слуги мои вынесут тебе твой мешок с пшеницей».

Сета улыбнулся хитро, покинул дворец и стал дожидаться у ворот дворца.

– Почему так хитро улыбнулся Сета?

– Прав ли был индусский царь, считая просьбу Сеты ничтожной, полагая, что все зерна пшеницы уместятся в один мешок? // *Ученики высказывают свои предположения.*

О том, как закончилась эта легенда вы узнаете чуть позже.

Давайте вспомним, о чём мы говорили с вами на предыдущих уроках. // *о геометрической прогрессии.*

Верно, ребята! Но сегодня мы узнаем, какие интересные задания предлагаются в демоверсиях ОГЭ по данной теме.

Запишите, пожалуйста, тему урока **«Геометрическая прогрессия в заданиях ОГЭ»**

Какая же будет цель нашего сегодняшнего урока? // *Научиться решать типовые задачи из ОГЭ с применением геометрической прогрессии.*

II. Собственно урок (38 минут)

1. Актуализация знаний – беседа (5 минут)

А сейчас поподробнее рассмотрим последовательность чисел, соответствующих количеству зерен пшеницы, если, как попросил Сета, за каждую следующую клетку нужно дать вдвое больше, чем было в предыдущей.

Получается последовательность: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... (запишите ее в тетрадь)

– Скажите, как образованы члены этой последовательности? // *Члены этой последовательности, начиная со второго, получают путем умножения предыдущего на 2.*

– Как называется данная последовательность? // Последовательность называется геометрической прогрессией.

– А сформулируйте определение геометрической прогрессии. // Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

– Обозначим, например, через (b_n) – геометрическую прогрессию, тогда как будет выглядеть определение геометрической прогрессии в виде формул? // $b_{n+1} = b_n \cdot q$, где $b_n \neq 0$, n – натуральное число, q – некоторое число.

– А как называют число q , и как мы можем его найти? // *Из определения геометрической прогрессии следует, что отношение любого ее члена, начиная со второго, к предыдущему члену равно q , т.е. $b_{n+1} / b_n = q$. Число q называют знаменателем геометрической прогрессии. Очевидно, что $q \neq 0$.*

– Как вы думаете, какие еще формулы нам обязательно надо знать, чтобы уметь решать задачи с геометрической прогрессией? // $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ – формула n -го члена геометрической прогрессии, сумма n членов геометрической прогрессии – $S = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$, свойство геометрической прогрессии $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$

Эти формулы используются для решения многих задач. В заданиях ОГЭ их можно разбить на следующие типы: нахождение знаменателя геометрической прогрессии, нахождение n -го члена геометрической прогрессии, нахождение суммы первых n членов геометрической прогрессии, задачи с использованием геометрической прогрессии. Давайте попробуем решить данные типовые задания.

2. Закрепление изученного материала – ответ у доски с комментарием (16 минут)

Задание 1.

Геометрическая прогрессия b_n задана формулой n -го члена $b_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$. Укажите четвертый член этой прогрессии.

– Что необходимо сделать, чтобы решить данное задание? // Подставить в исходную формулу вместо n число 4.

Решение.

По формуле n -го члена геометрической прогрессии имеем: $b_4 = 2 \cdot (-3)^3 = -54$

Ответ: -54.

Задание 2.

Дана геометрическая прогрессия b_n , знаменатель которой равен 2, а $b_1 = -\frac{3}{4}$. Найдите сумму первых шести её членов.

– Какую формулу необходимо знать, чтобы решить данную задачу? // Формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии.

Решение.

Сумма n первых членов геометрической прогрессии дается формулой $S = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$

По условию, $b_1 = -\frac{3}{4}$, $q = 2$, откуда получаем

$$S_6 = \frac{-0,75 \cdot 2^6 + 0,755}{2 - 1} = -47,25$$

Ответ: -47, 25.

Задание 3

В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 75, а сумма второго и третьего членов равна 150. Найдите первые три члена этой прогрессии.

Решение.

По условию $b_1 + b_2 = 75$, $b_2 + b_3 = 150$. Запишем эти равенства в виде системы уравнений на первый член и знаменатель прогрессии и решим эту систему:

$$\begin{cases} b_1 + b_1q = 75, \\ b_1q + b_1q^2 = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 + b_1q = 75, \\ q(b_1 + b_1q) = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 + b_1q = 75, \\ q \cdot 75 = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b_1 = 75, \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 25, \\ q = 2. \end{cases}$$

Теперь найдём второй и третий члены прогрессии:

$$b_2 = b_1q = 25 \cdot 2 = 50, \quad b_3 = b_2q = 50 \cdot 2 = 100.$$

Ответ: 2550100.

Приведём другое решение.

Пусть b — первый член, а q — знаменатель прогрессии. Сумма первого и второго членов геометрической прогрессии отличается от суммы второго и третьего в q раз, поэтому $q = 2$. Тогда $b + 2b = 75$, поэтому $b = 25$. Таким образом, искомые члены прогрессии равны 25, 50 и 100.

Задание 4

Дана геометрическая прогрессия (b_n) , для которой $b_3 = \frac{4}{7}$, $b_6 = -196$. Найдите знаменатель прогрессии.

Решение.

Член геометрической прогрессии с номером n вычисляется по формуле $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$. Зная, что $b_3 = \frac{4}{7}$ и $b_6 = -196$, получаем систему уравнений. Решим систему, разделив второе уравнение на первое:

$$\begin{cases} \frac{4}{7} = b_1 \cdot q^2, \\ -196 = b_1 \cdot q^5, \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-196}{\frac{4}{7}} = \frac{b_1 \cdot q^5}{b_1 \cdot q^2} \Leftrightarrow q^3 = -343 \Leftrightarrow q = -7.$$

Ответ: -7.

Задание 5

Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

Решение.

Поскольку каждый год прибыль увеличивалась на 300%, она увеличивалась в 4 раза по сравнению с предыдущим годом. Ищем четвертый член геометрической прогрессии: за 2003 год Бубликов заработал $5000 \cdot 4^3 = 320000$ руб.

Ответ: 320 000.

Примечание.

Прибыли можно было найти последовательно: за 2001 год — 20 тыс. руб., за 2002 год — 80 тыс. руб., за 2003 год — 320 тыс. руб.

Примечание.

В задаче речь идет о прибыли, то есть о сумме, заработанной за год, а не о капитале на конец года. Поэтому не следует отнимать от суммы, заработанной в текущем году, сумму, заработанную в предыдущем году.

3. Контроль знаний – самостоятельная работа с последующей проверкой учителем (17 минут)

1 вариант	2 вариант
1. В геометрической прогрессии b_n известно, что $b_1=2$, $q=-2$. Найти пятый член этой прогрессии.	1. Дана геометрическая прогрессия b_n , знаменатель которой равен 2, $b_1=-76$. Найдите b_7 .
2. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: ... ; 1,75; x ; 28 ; -112; ...	2. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: ... ; -12 ; x ; -3 ; 1,5 ; ... Найдите член прогрессии,

Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x .	обозначенный буквой x .
3. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 5, а $b_1 = \frac{2}{5}$. Найдите сумму первых 6 её членов.	3. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: $-1024; -256; -64; \dots$ Найдите сумму первых 5 её членов.
4. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.	4. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 160, а сумма второго и третьего членов равна 40. Найдите первые три члена этой прогрессии.

III. Итог урока (4 минуты)

Итак, просьба мудрого Сеты помогла нам понять, насколько важно знать геометрическую прогрессию, и теперь настало время узнать, что же было дальше....

За обедом царь вспомнил об изобретателе шахмат и послал узнать, унес ли Сета свою жалкую награду.

«Повелитель», – ответили ему, – «математики твои трудятся без устали и надеются еще до рассвета закончить подсчет».

Утром царю доложили, что старшина придворных математиков просит выслушать важное донесение.

Царь приказал ввести его.

«Мы добросовестно исчислили все количество зерен, которое желает получить Сета. Число это так велико.....»

«Как бы велико оно ни было», – надменно перебил царь, – «житницы мои не оскудеют. Награда обещана и должна быть выдана..»

«Не в твоей власти, повелитель, исполнять подобные желания. Во всех амбарах твоих нет такого числа зерен, которое потребовал Сета. Нет его и в житницах целого царства. Не найдется такого числа зерен и на всем пространстве Земли. И если желаешь непременно выдать обещанную награду, то прикажи превратить земные царства в пахотные поля, прикажи осушить моря и океаны, прикажи растопить льды и снега, покрывающие далекие северные пустыни».

С изумлением внимал царь словам старца.

«Назови мне это чудовищное число, сказал он в раздумье».

18 446 744 073 709 551 615

«Восемнадцать квинтильонов четыреста сорок шесть квадрильонов семьсот сорок четыре триллиона семьдесят три биллиона семьсот девять миллионов пятьсот пятьдесят одна тысяча шестьсот пятнадцать, о повелитель!»

Масса такого числа зерен больше триллиона тонн. Индусский царь не в состоянии был выдать подобной награды. Но будь он силен в математике, он бы не попал в просак...

Рефлексия

– Какие вопросы у вас остались по данной теме? Всё ли было понятно?

Оценивание деятельности учеников – поурочный балл.

Домашнее задание (творческое) составить и решить 5 различных задач, аналогичных тем, что сегодня вы решали на уроке (с использованием геометрической прогрессии).

Урок сегодня завершён,

Но каждый должен знать:

Познание, упорство, труд

К *прогрессу* в жизни приведут!

Я желаю, чтобы геометрические прогрессии и вообще математика вели по жизни вас только вперёд! Благодарю всех за работу! До свидания!