План-конспекта урока алгебры в 9 классе на тему: «Основные формулы для $\sin\propto$ и $\cos\propto$»

Тип урока: изучение нового материала.

Цель урока: рассмотреть основные формулы синуса и косинуса угла, а также показать учащимся доказательства этих формул.

Задачи:

Образовательные:

– отработать умения и навыки решения задач по данной теме;

Развивающие:

– развивать знания учащихся, корректировка знаний;

– развивать навыки самостоятельной работы, развивать внимание, память, логическое мышление.

Воспитательные:

– прививать умение выслушивать других учащихся, дополнять их ответы, используя грамотно математические термины;

Оборудование: раздаточный материал.

Ход урока

I.Организационный момент (2 мин).

II.Собственно урок (41 мин).

1. Актуализация опорных знаний и умений учащихся (10 мин).

а) «Закончить предложение, работая с рисунком» (рис.1 изображен на доске).

– На рисунке изображена окружность, которая называется …

– Радиус ОА называется …

– Если радиус ОА повернуть против часовой стрелки на единичной окружности, то образуется угол …… значения.

– Если радиус ОА повернуть по часовой стрелки на единичной окружности, то образуется угол …… значения.

– Точка, единичной окружности, которая соответствует углу α называют точку….

– Синусом угла α называют…

– Косинусом угла α называют …

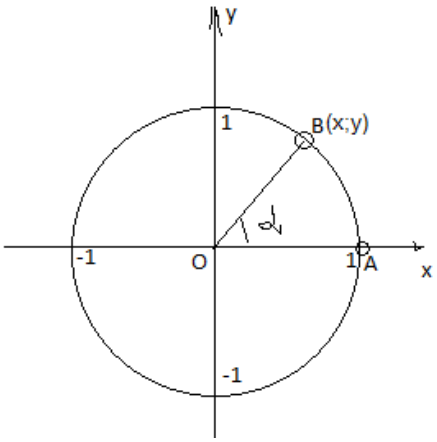
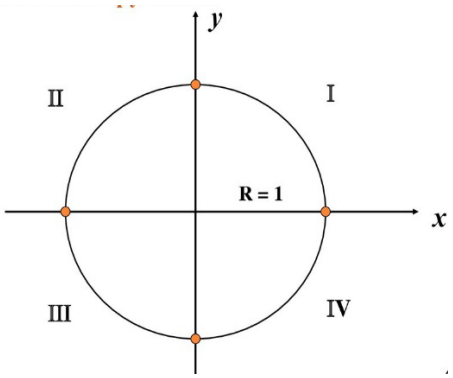
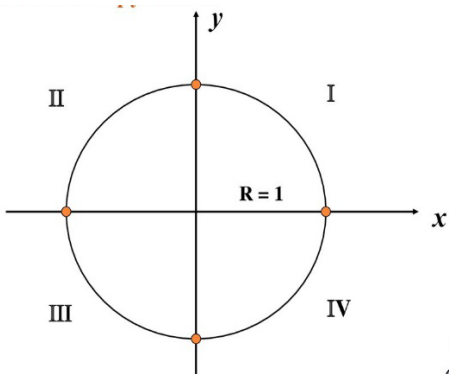


Рис. 1

б) Определите знак синуса и косинуса в различных четвертях окружности, пользуясь определением (раздаточный материал получает каждый учащийся).

Определите знак sin ∝	Определите знак cos ∝
	

в) Проверка домашнего задания.

2. Изучение нового материала (15 мин).

Теорема 1:Для любого угла ∝ справедливо равенство $\mathbf{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1}$

Доказательство:

Окружность с радиусом равным 1 и с центром в начале координат задается уравнением: $x^2 + y^2 = 1$, из определения синуса и косинуса углов мы знаем, что

$x = \cos \propto$,$y = \sin \propto$, где $(x; y)$– координаты точки В единичной окружности. Подставим значения, получим равенство:$\boldsymbol{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1}$

Отсюда $\boldsymbol{\sin \propto = \pm\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$ и $\boldsymbol{\cos \propto = \pm\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$ **.**

Знак «+» и «–» выбирается в зависимости от того в какой четверти лежит угол $\propto$.

Следствие. Для любого $\propto$ справедливы неравенства

$$|\boldsymbol{\sin} \propto| \leq \boldsymbol{1} \text{ и } |\boldsymbol{\cos} \propto| \leq \boldsymbol{1}.$$

Доказательство:

Т. к. $\cos^2\alpha \geq 0$, то $\sin^2\alpha \leq \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$, **отсюда, пользуясь основным тождеством видно, что** $\sin^2\alpha \leq 1$, т. е. $|\sin\alpha| \leq 1$**.** Аналогично доказывается и область значений косинуса.

Общая форма записи данных формул: $-1 \leq \sin\alpha \leq 1$ и $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$.

Примеры : Может ли быть равенство верным?

1. $\sin \propto = \frac{1}{2}$;
2. $\cos \propto = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;
3. $\sin \propto = -\sqrt{2}$;
4. $\cos \propto = -\sqrt{3}$;
5. $\sin \propto = 1$

Теорема 2. Для любого угла $\propto$ справедливы равенства:

$$\boldsymbol{\cos}(-\propto) = \boldsymbol{\cos} \propto$$
$$\boldsymbol{\sin}(-\propto) = -\boldsymbol{\sin} \propto$$

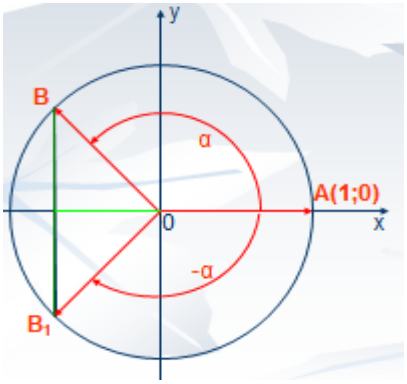


рис. 3

Доказательство:

Точка В соответствует углу $\propto$.Точка B_1 соответствует углу $-\propto$. B и B_1 – симметричны относительно оси Ox. Поэтому абсциссы этих точек равны, ординаты – противоположны. Следовательно справедливы равенства $\cos(-\propto) = \cos\propto, \sin(-\propto) = -\sin\propto$, то есть мы с вами доказали четность и нечетность функции и можно сделать вывод:

$$\cos(-\propto) = \cos\propto \text{–четная,}$$

$$\sin(-\propto) = -\sin\propto \text{– нечетная.}$$

Пример: Найдите верные равенства

1. $\sin(-3x) = \sin 3x$;
2. $\cos 5x = \cos(-5x)$;
3. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$;
4. $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
5. $\sin(-\frac{\pi}{6}) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

Теорема 3. Для любого числа $\propto$ и любого целого числа k справедливы следующие равенства: $\boldsymbol{\sin(\alpha + 2\pi k) = \sin\alpha}$ и $\boldsymbol{\cos(\alpha + 2\pi k) = \cos\alpha}$**.** Доказательство учащиеся выполняют самостоятельно по учебнику ст. 166

Замечание. Можно сказать, что синус и косинус имеют один и тот же период и равен он $2\pi k,$ т.е такое число, через которое значение угла будет одно и тоже.

Пример. Упростите выражение:

1. $\sin(\frac{\pi}{2} + 2\pi) =$
2. $\sin(\frac{\pi}{3} + 10\pi) =$
3. $\sin(\frac{\pi}{2} - 6\pi) =$
4. $cos(\frac{\pi}{2} + 4\pi) =$
5. $\cos(\frac{\pi}{4} - 12\pi) =$

3. Закрепление изученного материала (16 мин)

Учебник: 569(устно), 570(а), 571(б),573(в,г), 574, 575

569. Возможно ли равенство:
а) $\sin\alpha = -\sqrt{3}$; б) $\cos\alpha = \sqrt{3} - 1$; в) $\sin\alpha = \frac{\pi}{2}$;
г) $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{11}}{3}$; д) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$; е) $\cos\alpha = -\frac{\pi}{3}$?

570. Вычислите $\sin\alpha$, если:
а) $\cos\alpha = \frac{1}{4}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$; б) $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

571. Вычислите $\cos\alpha$, если:
а) $\sin\alpha = 0{,}8$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; б) $\sin\alpha = -0{,}6$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Упростите выражение (572—575):

572. а) $1 - \sin^2\alpha$; б) $1 - \cos^2\alpha$;
в) $\sin^2\alpha - 1$; г) $\cos^2\alpha - 1$.

573. а) $(1 + \sin\alpha)(1 - \sin\alpha)$; б) $(\cos\alpha - 1)(1 + \cos\alpha)$;
в) $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha + 1$; г) $1 + \sin^2\alpha - \cos^2\alpha$.

574[1]. а) $\frac{\sin^2\alpha}{1 + \cos\alpha}$; б) $\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha - 1}$;
в) $\frac{1 - \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$; г) $\frac{\cos^2\alpha - 1}{\sin^2\alpha}$,
где угол α такой, что знаменатель дроби не обращается в нуль.

575. а) $1 - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha$;
б) $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha$;
в) $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha - \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$;
г) $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2$.

576. Может ли синус или косинус угла принимать значения, по абсолютной величине большие единицы?

III.Итог урока (2 мин).

Домашнее задание: 579-585