**Конспект урока**

КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ



*Но семя всего, что мы познаем, лежит в нас.*

***Готфрид Вильгельм Лейбниц***

***(1646г-1716г)***

*Создал комбинаторику как науку. Основные положения сформулированы в работе "Рассуждения о комбинаторном искусстве"(1666г).*

**Выполнила**: Беляева Ольга Петровна

 учитель математики МОУ лицея № 28 имени Н.А.Рябова города Тамбова

**Форма занятия**: комбинированный урок

**Цели урока**:

* *Образовательная*: познакомить учащихся с разделом математики – комбинаторикой, обучить решению задач по комбинаторике
* *Развивающая*: формирование
* умений воспроизводить информацию, кратко излагать свои мысли,
* навыков логического мышления, работы со справочной информацией, самостоятельной работы.
* *Воспитательная:* формирование интереса к предмету, ответственности, аккуратности, трудолюбия, культуры поведения.

**Задачи урока**: знакомство с основными правилами комбинаторики, отработка умения решать комбинаторные задачи, проверка усвоения материала.

**Технические средства**:

Компьютер, проекционная аппаратура

**Особенности данного урока:**

Используется мультимедийная презентация, в которой сохранена структура урока. В презентации имеется, историческая справка, описание основных правил комбинаторики, примеры решения задач, задачи самостоятельной работы с ответами.

***Ход урока***

1. **Организационный момент. Формулировка целей и задач урока.**
2. **Историческая справка.**

Сегодня мы начинаем изучать новый раздел математики – комбинаторику.

Комбинаторика возникла в XVI веке. В жизни привилегированных слоев тогдашнего общества большое место занимали азартные игры. В карты и кости выигрывались и проигрывались золото и бриллианты, дворцы и имения, породистые кони и дорогие украшения. Широко были распространены всевозможные лотереи. Ясно, что первоначально комбинаторные задачи касались в основном азартных игр.

Французский дворянин, некий господин де Мере, был азартным игроком в кости и страстно хотел разбогатеть. Он затратил много времени, чтобы открыть тайну игры в кости. Он выдумывал различные варианты игры предполагая, что таким образом приобретет крупное состояние. Так, например, он предлагал бросать одну кость по очереди 4 раза и убеждал партнера, что, по крайней мере, один раз выпадет при этом шестерка. Если за 4 броска шестерка не выходила, то выигрывал противник.

В те времена еще не существовала отрасль математики, которую сегодня мы называем теорией вероятностей, а поэтому, чтобы убедиться, верны ли его предположения, господин Мере обратился к своему знакомому известному математику и философу Б. Паскалю с просьбой, чтобы он изучил этот вопрос Паскаль не только сам заинтересовался этим, но и написал письмо известному математику П. Ферма, чем спровоцировал его заняться общими законами игры в кости и вероятностью выигрыша.

Таким образом, азарт, жажда разбогатеть дали толчок возникновению новой математической дисциплины – теории вероятностей. В разработке ее основ принимали участие математики такого масштаба, как Паскаль и Ферма, Гаусс и Пуассон. Основоположником комбинаторики, как науки, стал немецкий ученый Г.В.Лейбниц. За десятилетия комбинаторика пережила период бурного развития. Установлены связи между комбинаторикой и задачами линейного программирования, статистики. Комбинаторика используется для составления и декодирования шифров и для решения других проблем теории информации. Какие задачи решает комбинаторика?

1. **Изложение нового материала**

При решении многих практических задач приходится выбирать из некоторого множества объектов элементы, обладающие тем или иным свойствам, располагать эти элементы в определенном порядке, подсчитывать число выбранных элементов. Например, мастеру приходится распределять различные виды работ между рабочими, агроному размещать сельскохозяйственные культуры на нескольких полях и т.д. В этих задачах речь идет о тех или иных комбинациях объектов и, поэтому, называют их комбинаторными задачами, а раздел математики, в котором рассматриваются подобные задачи, называют комбинаторикой. Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова *combinare*, которое означает «соединять, сочетать».

Рассмотрим некоторые комбинаторные задачи.

**Пример 1**. У Ирины пять подруг: Вера, Зоя, Марина, Полина, Светлана. Она решила двух из них пригласить в кино. Укажите все возможные варианты выбора подруг. Сколько таких вариантов?

Решение: Для решения задачи воспользуемся способом рассуждений, который называется *перебор возможных вариантов*. Для каждой из девочек будем писать первые буквы имен и составим все пары, в которые

* входит Вера: ВЗ, ВМ, ВП, ВС;
* входит Зоя, но не входит Вера: ЗМ, ЗП, ЗС;
* входит Марина, но не входят Вера и Зоя: МП, МС;
* входит Полина, но не входят Вера, Зоя, Марина: ПС

Других вариантов для составления пар нет. Подсчитывая результат, получаем, что у Ирины существует 10 вариантов выбора пары подруг для похода в кино.

Ответ: ВЗ, ВМ, ВП, ВС, ЗМ, ЗП, ЗС, МП, МС, ПС. 10 вариантов.

**Пример 2**. В кафе предлагают два первых блюда: борщ, рассольник; три вторых блюда: пельмени, гуляш, сосиски; два третьих блюда: компот, чай. Сколько возможных обедов из первого второго и третьего блюда может заказать посетитель?

Решение: Для перебора всех случаев построим схему, которую называют *дерево возможных вариантов.* Для краткости будем писать первые буквы указанных блюд.

1 блюда: Б Р

2 блюда: П Г С П Г С

3 блюда: К Ч К Ч К Ч К Ч К Ч К Ч

Таким образом, всего можно заказать 12 различных обедов.

Ответ: 12.

Перебор вариантов (пример 1) или дерево возможных вариантов (пример2) удобно использовать для небольшого числа вариантов. В противном случае при различных подсчетах рациональнее использовать правила суммы и произведения.

***Правило произведения***: *если элемент* ***а*** *можно выбрать* ***m*** *различными способами, а для каждого из этих способов некоторый элемент* ***b*** *можно выбрать* ***п*** *способами, то выбор* ***«а и b»*** *можно сделать* ***m***$∙$***n*** *способами.*

Например, в группе из 8 учащихся выбирают старосту и профорга. Существует 8 способов выбора старосты. Профоргом может быть каждый из 7 оставшихся человек. Поэтому существует 8$∙$7=56 способов выбора старосты и профорга.

Рассмотрим решение примера 2 с использованием правила произведения: выбор 1-го блюда можно осуществить 2 способами, 2-го блюда 3 способами, 3-го блюда 2 способами. Весь обед можно составить 2$∙$3$∙$2=12 способами. Это решение показывает, что правило умножения можно сформулировать в более общем виде:

*Если нужно сформировать набор из* ***k*** *элементов и при этом первый элемент в наборе можно выбрать* ***п1*** *способами, после чего второй элемент можно выбрать* ***п2*** *способами, затем третий элемент –* ***п3*** *способами из оставшихся и т.д., то число таких наборов будет равно произведению* ***п1***$∙$***п2***$∙$***п3***$∙$***…***$∙$***пk.***

**Пример 3**. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 0,1,2,3,4,5, если:

а)ни одна цифра не повторяется больше одного раза в записи числа;

б)цифры в записи числа могут повторяться.

Решение:

а) Первой цифрой при этом может быть любая из 5 цифр 1,2,3,4,5 (0 не может быть первой цифрой, потому что в таком случае число не четырехзначное). Если первая цифра выбрана, то вторая может быть выбрана 5 способами, третья — 4 способами, четвертая — 3 способами. Согласно правилу произведения общее число способов равно 5•5•4•3=300.

б) Для первой цифры имеем 5 возможностей (1,2,3,4,5), для каждой из следующих цифр — 6 возможностей (0,1,2,3,4,5). Следовательно, общее количество чисел равно 5•6•6•6=1080.

***Правило суммы***: *если элемент* ***а*** *можно выбрать* ***m*** *способами, а элемент* ***b*** *–* ***n*** *способами, причем любой выбор элемента* ***а*** *отличен от любого выбора элемента* ***b****, то выбор* ***«а или b»*** *можно сделать* ***m+n*** *способами.*

Например, на книжной полке стоят 20 книг по алгебре, 7 книг по геометрии. Книгу по математике (алгебре или геометрии) можно выбрать 20+7=27 способами.

Но бывают задачи, в которых после выбора одного из объектов в качестве первого элемента нельзя однозначно сказать, сколькими способами можно выбрать второй элемент – это зависит от того, какой объект был выбран первым. В этом случае приходится разбивать все перечисляемые комбинации на попарно непересекающиеся группы, подсчитывать число элементов в каждой группе и складывать получившиеся ответы.

**Пример 4.** Определите количество трехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1,2,3,4,5, так, чтобы каждая предыдущая цифра была меньше последующей.

Решение: На первое место можно выбрать цифру тремя способами. Рассмотрим каждый из случаев:

Первая цифра – 1. Вторая цифра – 2. Третью цифру выбираем 3 способами.

 Вторая цифра – 3. Третью цифру выбираем 2 способами.

 Вторая цифра – 4. Третью цифру выбираем 1 способом.

Получаем, что существует 6 трехзначных чисел, начинающихся с цифры 1 и удовлетворяющих условию задачи.

Первая цифра – 2. Вторая цифра – 3. Третью цифру выбираем 2 способами.

 Вторая цифра – 4. Третью цифру выбираем 1 способом.

Существует 3 способа построения трехзначных чисел, начинающихся с 2 и удовлетворяющих условию задачи. И, наконец, существует единственное число 345, начинающееся с цифры 3.

В итоге, всего существует 6+3+1=10 таких чисел. Ответ: 10.

1. **Решение упражнений на усвоение теоретического материала и закрепление навыков решения задач (фронтальное обсуждение способов решения задач, их достоинства и недостатки; решение записывается в тетрадях и на доске).**
2. В шахматном турнире участвуют 9 человек. Каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего партий было сыграно? Ответ:36
3. Петр решил пойти на новогодний карнавал в костюме мушкетера. В ателье проката ему предложили на выбор различные по фасону и цвету предметы: пять видов брюк, шесть камзолов, три шляпы, две пары сапог. Сколько различных карнавальных костюмов можно составить из этих предметов? Ответ: 180
4. Из букв *а,б,о,г,и* составьте все возможные «слова», которые:

а) состоят из четырех различных букв

б) состоят из четырех букв (буквы могут повторяться)

в) состоят из четырех различных букв и начинаются на букву *а*

г) состоят из четырех букв, начинаются на букву *а* и заканчиваются на букву *и*

Ответ: а) 120 б) 625 в) 24 г) 25

1. В коридоре три лампочки.

а) Сколько существует различных способов освещения коридора, включая случай, когда все лампочки не горят?

б) Сколько существует способов освещения, если известно, что лампочки №2 и №3 горят или не горят одновременно?

в) Сколько существует различных способов освещения, если известно, что при горящей лампочке №1 лампочка №2 не горит?

Ответ: а) 8 б) 4 в) 6

5. На контрольной работе будет пять задач: по одной из пройденных пяти тем. По каждой теме учитель составил список из десяти задач, по которым составляется контрольная работа. По каждой теме ученик умеет решать восемь задач и не умеет решать две задачи. Найдите:

а) общее число вариантов контрольной работы;

б) число вариантов, в которых ученик не решит ни одной задачи;

в) число вариантов, в которых ученик решит все задачи;

г) число вариантов, в которых ученик умеет решать все задачи, кроме последней;

д) число вариантов, в которых ученик решит только три задачи?

Ответ: а) 100 000 б) 32 в) 32768 г) 8192 д) 40960

1. **Заключительный этап урока**
2. Самостоятельная работа

*Задание 1.* Сколькими способами можно выбрать:

а)согласную или гласную букву

б) согласную и гласную букву из слова

**Вариант 1:** ПАРКЕТ **Вариант 2:** ЗДАНИЕ

*Задание 2*. Найдите количество всех:

**Вариант 1:** а) двузначных чисел **Вариант 2:** а) двузначных чисел, состоящих

 б) двузначных нечетных чисел, из разных цифр

 в) двузначных нечетных чисел, б) двузначных четных чисел,

 цифры которого не повторяются в) двузначных четных чисел,

 цифры которого не повторяются

Ответы самостоятельной работы:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Вариант №1 | Вариант №2 |
| Задание 1 | а) | 5 | 6 |
| б)  | 8 | 9 |
| Задание 2 | а) | 90 | 81 |
| б)  | 45 | 45 |
| в)  | 40 | 41 |

1. Подведение итогов урока в форме фронтальной беседы. Проверка ответов самостоятельной работы; обсуждение ошибок; выставление оценок по результатам самостоятельной работы и ответов у доски.

Запись домашнего задания.

**Литература**

1. Айгнер М. Комбинаторная теория. М. «Мир», 1982г.
2. Виленкин Н.Я. «Индукция. Комбинаторика», М. «Просвещение», 1976г.
3. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г.и др., Алгебра 9 класс, М. «Просвещение», 2009г.
4. Мордкович А.Г., Александрова Л.А. и др., Алгебра 9 класс, М. «Мнемозина», 2009г.
5. <http://combinatorica.narod.ru/>
6. <http://ru.wikipedia.org/>
7. <http://www/openclass.ru/>
8. В шахматном турнире участвуют 9 человек. Каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего партий было сыграно?
9. Петр решил пойти на новогодний карнавал в костюме мушкетера. В ателье проката ему предложили на выбор различные по фасону и цвету предметы: пять видов брюк, шесть камзолов, три шляпы, две пары сапог. Сколько различных карнавальных костюмов можно составить из этих предметов?

3) Из букв *а,б,о,г,и* составьте все возможные «слова», которые:

а) состоят из четырех различных букв

б) состоят из четырех букв (буквы могут повторяться)

в) состоят из четырех различных букв и начинаются на букву *а*

г) состоят из четырех букв, начинаются на букву *а* и заканчиваются на букву *и*

4) В коридоре три лампочки.

а) Сколько существует различных способов освещения коридора, включая случай, когда все лампочки не горят?

б) Сколько существует способов освещения, если известно, что лампочки №2 и №3 горят или не горят одновременно?

в) Сколько существует различных способов освещения, если известно, что при горящей лампочке №1 лампочка №2 не горит?

5) На контрольной работе будет пять задач: по одной из пройденных пяти тем. По каждой теме учитель составил список из десяти задач, по которым составляется контрольная работа. По каждой теме ученик умеет решать восемь задач и не умеет решать две задачи. Найдите:

а) общее число вариантов контрольной работы;

б) число вариантов, в которых ученик не решит ни одной задачи;

в) число вариантов, в которых ученик решит все задачи;

г) число вариантов, в которых ученик умеет решать все задачи, кроме последней;

д) число вариантов, в которых ученик решит только три задачи?

*Задание 1.* Сколькими способами можно выбрать:

а)согласную или гласную букву

б) согласную и гласную букву из слова

**1):** ПАРКЕТ 2)ЗДАНИЕ

*Задание 2*. Найдите количество всех:

**1):** а) двузначных чисел  **2):** а) двузначных чисел, состоящих

б) двузначных нечетных чисел, из разных цифр

в) двузначных нечетных чисел, б) двузначных четных чисел,

цифры которого не повторяются в) двузначных четных чисел,

цифры которого не повторяются

1) В шахматном турнире участвуют 9 человек. Каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего партий было сыграно?

1. Петр решил пойти на новогодний карнавал в костюме мушкетера. В ателье проката ему предложили на выбор различные по фасону и цвету предметы: пять видов брюк, шесть камзолов, три шляпы, две пары сапог. Сколько различных карнавальных костюмов можно составить из этих предметов?

3) Из букв *а,б,о,г,и* составьте все возможные «слова», которые:

а) состоят из четырех различных букв

б) состоят из четырех букв (буквы могут повторяться)

в) состоят из четырех различных букв и начинаются на букву *а*

г) состоят из четырех букв, начинаются на букву *а* и заканчиваются на букву *и*

4) В коридоре три лампочки.

а) Сколько существует различных способов освещения коридора, включая случай, когда все лампочки не горят?

б) Сколько существует способов освещения, если известно, что лампочки №2 и №3 горят или не горят одновременно?

в) Сколько существует различных способов освещения, если известно, что при горящей лампочке №1 лампочка №2 не горит?

5) На контрольной работе будет пять задач: по одной из пройденных пяти тем. По каждой теме учитель составил список из десяти задач, по которым составляется контрольная работа. По каждой теме ученик умеет решать восемь задач и не умеет решать две задачи. Найдите:

а) общее число вариантов контрольной работы;

б) число вариантов, в которых ученик не решит ни одной задачи;

в) число вариантов, в которых ученик решит все задачи;

г) число вариантов, в которых ученик умеет решать все задачи, кроме последней;

д) число вариантов, в которых ученик решит только три задачи?

*Задание 1.* Сколькими способами можно выбрать:

а)согласную или гласную букву

б) согласную и гласную букву из слова

**1):** ПАРКЕТ 2)ЗДАНИЕ

*Задание 2*. Найдите количество всех:

**1):** а) двузначных чисел  **2):** а) двузначных чисел, состоящих

б) двузначных нечетных чисел, из разных цифр

в) двузначных нечетных чисел, б) двузначных четных чисел,

цифры которого не повторяются в) двузначных четных чисел,

цифры которого не повторяются