Журкина Мария Ивановна
учитель математики (учитель-практикант)
МАОУ ЛМИ г. Саратова,
Саратов, 2018 год

План-конспект урока изучение нового материала по алгебре и началам математического анализа в 10 классе по теме Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений

Учитель: Журкина Мария Ивановна
Предмет: Алгебра и начала математического анализа
Авторы учебника: Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и профильный уровни / [С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин]. – 8-е изд. – М. : Просвещение, 2009. – 430 с.
Тема урока: Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений
Тип урока: урок изучения нового материала

Цель урока: научиться применять основные тригонометрические формулы при решении уравнений

1. **Образовательные:** закрепить навыки решения тригонометрических уравнений, используя при этом основные тригонометрические формулы, формировать умения применять изученные методы к решению уравнений.
2. **Развивающие:** способствовать развитию интеллектуальных качеств личности учащегося: самостоятельность, гибкость, аналитическое и логическое мышление, способность обобщать, переключаться с одного вида деятельности на другой.
3. **Воспитательные:** воспитывать у учащихся стремление к самосовершенствованию, удовлетворению познавательных способностей, воспитание коммуникативной культуры и культуры устной и письменной речи.

Ход урока

I. Базовое повторение (7 минут)

Для успешного решения тригонометрических уравнений необходимо уверенное владение многочисленными формулами.

Вопрос	Ответ
1) Основное тригонометрическое тождество	$\sin^2 x+\cos^2 x=1$
2) Косинус разности и косинус суммы двух углов	$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
3) Синус суммы и синус разности двух углов	$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
4) Сумма и разность синусов и косинусов	$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$ $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
5) Формулы для двойных и половинных углов	$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$ $\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$ $\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$

II. Изучение нового материала(17 минут)

Тема сегодняшнего урока «Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений». Базовое повторение позволило показать насколько хорошо вы владеете всеми основными тригонометрическими формулами, с помощью которых вы сможете решать тригонометрические уравнения. Посмотрим на нескольких примерах применение основных тригонометрических формул при решении уравнений.

1. Применение основного тригонометрического уравнения

ПРИМЕР 1. Решим уравнение

$$3\sin x = 2\cos^2 x. \qquad (1)$$

Применяя основное тригонометрическое тождество $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, перепишем уравнение (1) в виде

$$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0. \qquad (2)$$

Введем новое неизвестное $\sin x = t$, тогда уравнение (2) превращается в квадратное уравнение с неизвестным t:

$$2t^2 + 3t - 2 = 0. \qquad (3)$$

Уравнение (3) имеет два корня $t_1 = \frac{1}{2}$ и $t_2 = -2$. Поэтому множество всех решений уравнения (2), а значит и уравнения (1), есть объединение множеств всех решений уравнений:

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad \sin x = -2.$$

Все решения первого из них состоят из двух серий:

$$x_m = \frac{\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \boldsymbol{Z}; \quad x_n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}.$$

Второе уравнение не имеет решений, следовательно, все решения уравнения (1) состоят из двух серий:

$$x_m = \frac{\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \boldsymbol{Z}; \quad x_n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}.$$

2. Применение формул сложения

ПРИМЕР 2. Решим уравнение

$$\sin 5x \cos 3x = \sin 3x \cos 5x. \qquad (4)$$

Перенеся все члены уравнения (4) в левую часть и применив формулу синуса разности двух углов, перепишем уравнение (4) в виде

$$\sin 2x = 0. \qquad (5)$$

Все решения уравнения (5), а значит и уравнения (4), удовлетворяют условию

$$2x_m = \pi m,\ m \in \boldsymbol{Z}.$$

Следовательно, уравнение (4) имеет одну серию решений

$$x_m = \frac{\pi}{2} m,\ m \in \boldsymbol{Z}.$$

3. Понижение кратности углов. В некоторых случаях при решении тригонометрических уравнений бывает удобно синусы и косинусы кратных углов выражать через синусы и косинусы самих этих углов.

ПРИМЕР 3. Решим уравнение

$$\sin 2x \cos x + 2 \sin^3 x = 1. \qquad (6)$$

Применив формулу синуса двойного угла, перепишем уравнение (6) в виде

$$2 \sin x (\cos^2 x + \sin^2 x) = 1.$$

Применив основное тригонометрическое тождество, перепишем это уравнение в виде

$$\sin x = \frac{1}{2}. \qquad (7)$$

Уравнение (7), а значит и уравнение (6), имеет две серии решений:

$$x_m = \frac{\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \mathbf{Z};\quad x_n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}.$$

4. Понижение степени уравнения. Если в уравнении имеется синус или косинус в четной степени, то, выражая квадраты синуса и косинуса половинного угла через косинус угла, можно понизить степень уравнения.

ПРИМЕР 5. Решим уравнение

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}. \qquad (10)$$

Применяя формулы квадрата синуса и квадрата косинуса половинного угла, перепишем уравнение (10) в виде

$$\frac{1 - \cos 2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)}{2} + \frac{1 + \cos 2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)}{2} = \frac{1}{2}. \qquad (11)$$

Так как $\cos 2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$, а $\cos 2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$, то уравнение (11) можно переписать в виде

$$\sin x = \frac{1}{2}. \qquad (12)$$

Множество всех решений уравнения (12), а следовательно и уравнения (10), состоит из двух серий решений:

$$x_k = \frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbf{Z};\quad x_n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}.$$

III. Решение практических номеров (14 минут)

Выполнение задач из учебника: **№ 11.7. (а, б); № 11.18. (а, б, в); № 11.21. (а).** Данные номера предполагают комментированный ответ у доски. № 11.7. под буквой а) – Алена, б) – Наталья, № 11.18. под буквой а) – Адельбий, б) – Никита, в) – Илья, № 11.21. под буквой а) – Аркадий.

IV. Подведение итогов урока (2 минуты)

Какие сегодня основные тригонометрические формулы, с помощью которых решали тригонометрические уравнения, мы рассмотрели?

В каких случаях возможно понижение степени уравнения?

Учащимся, хорошо решавшим у доски, будут выставлены оценки в журнал. Домашнее задание будет выложено в Дневнике.ру.