

Тренировочная работа**в формате ЕГЭ****по МАТЕМАТИКЕ****28 января 2014 года****11 класс****Вариант МА10401****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

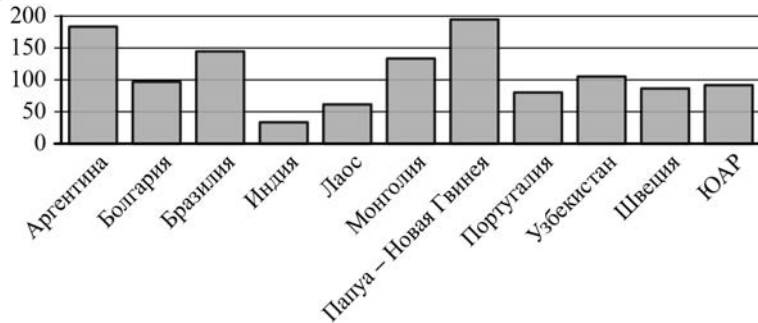
В1 В доме, в котором живёт Женя, один подъезд. На каждом этаже по восемь квартир. Женя живёт в квартире 87. На каком этаже живёт Женя?

Ответ: _____.

В2 На бензоколонке один литр бензина стоит 30 руб. 20 коп. Водитель залил в бак 10 литров бензина и купил бутылку воды за 49 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

Ответ: _____.

В3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место – Индия. Какое место занимал Узбекистан?



Ответ: _____.

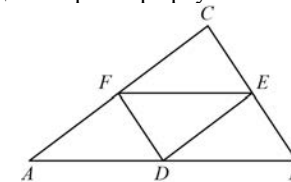
В4 В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа, (руб.)
Эпсилон	19 400	5	6	3740
Дельта	19 900	5	12	1860
Омикрон	22 700	30	6	2800

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: _____.

В5 Точки D , E , F – середины сторон треугольника ABC . Периметр треугольника DEF равен 5. Найдите периметр треугольника ABC .



Ответ: _____.

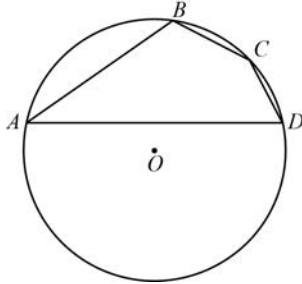
В6 В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос о Великой Отечественной войне. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о Великой Отечественной войне.

Ответ: _____.

В7 Найдите корень уравнения $\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4}$.

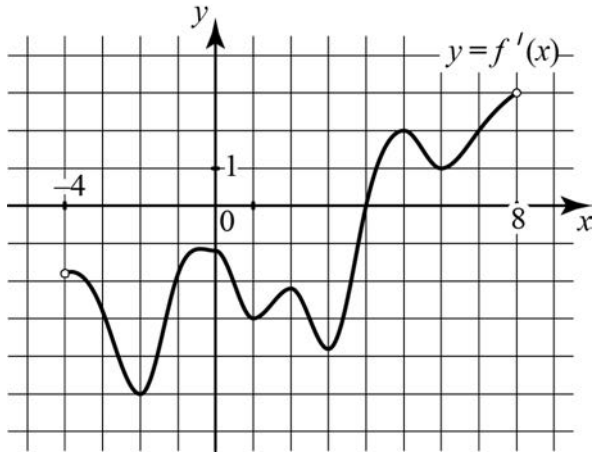
Ответ: _____.

B8 Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 25° . Найдите угол C четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



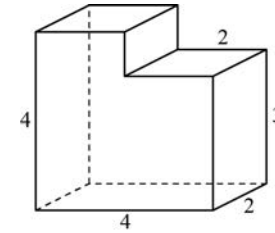
Ответ: _____.

B9 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. В какой точке отрезка $[-3; 1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

B10 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

B11 Найдите значение выражения

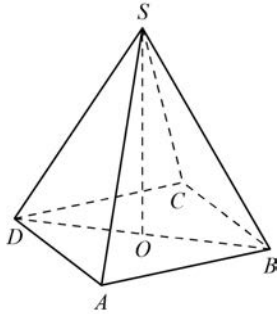
$$-\frac{22}{\cos^2 34^\circ + \cos^2 124^\circ}$$

Ответ: _____.

B12 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $pV^{1.4} = \text{const}$, где p (атм) – давление в газе, V – объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 256 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: _____.

- B13** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SA = 10$, $BD = 16$. Найдите длину отрезка SO .



Ответ: _____.

- B14** Плиточник должен уложить 300 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 5 м^2 в день больше чем запланировал, то закончит работу на 5 дней раньше, чем наметил. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

- B15** Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 49}{x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1**
- а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

- C2** Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$, L – середина ребра MB . Найдите высоту данной пирамиды.

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ 2\log_2 \frac{x-1}{x+1,3} + \log_2(x+1,3)^2 \geq 2. \end{cases}$$

- C4** Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую – в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую – в точке C .
- а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.
- б) Найдите отношение $BP:PC$, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

Тренировочная работа**в формате ЕГЭ****по МАТЕМАТИКЕ****28 января 2014 года****11 класс****Вариант МА10402****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

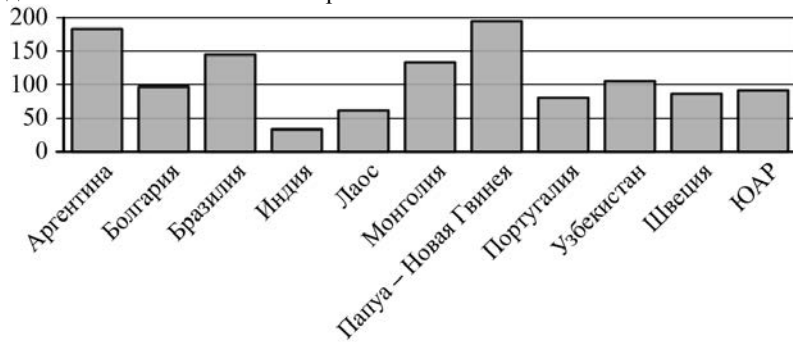
В1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2500 руб. До установки счётчиков Александр платил за воду (холодную и горячую) ежемесячно 1700 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 1000 руб. при тех же тарифах на воду. За какое наименьшее количество месяцев при тех же тарифах на воду установка счётчиков окупится?

Ответ: _____.

В2 Для приготовления вишнёвого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 16 кг вишни?

Ответ: _____.

В3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Аргентина?



Ответ: _____.

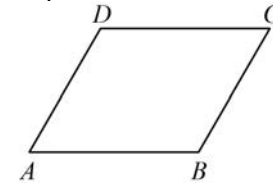
В4 В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа (руб.)
Эпсилон	21 600	20	6	3600
Дельта	22 300	15	12	1860
Омикрон	24 000	20	12	1750

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: _____.

В5 Периметр параллелограмма равен 70. Меньшая сторона равна 16. Найдите большую сторону параллелограмма.



Ответ: _____.

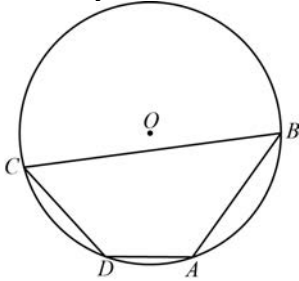
В6 В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 5 из них встречается вопрос по теории вероятностей. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теории вероятностей.

Ответ: _____.

В7 Найдите корень уравнения $\frac{1}{2x+7} = \frac{1}{3x+20}$.

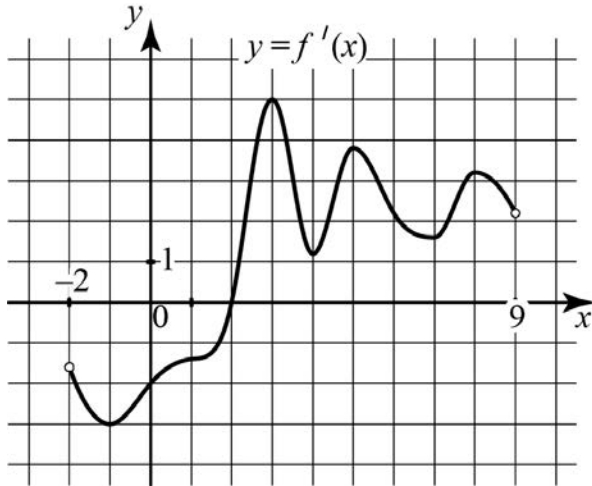
Ответ: _____.

B8 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 125° и 47° . Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



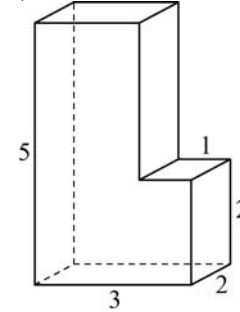
Ответ: _____.

B9 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[3; 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

B10 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

B11 Найдите значение выражения

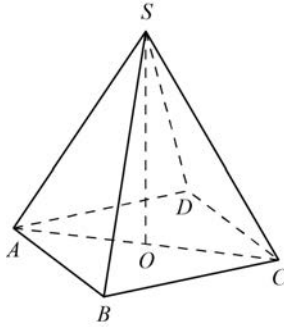
$$\frac{34}{\cos^2 101^\circ + \cos^2 191^\circ}$$

Ответ: _____.

B12 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = \text{const}$, где p (атм) — давление в газе, V — объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 24 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: _____.

B13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SB = 20$, $AC = 24$. Найдите длину отрезка SO .



Ответ: _____.

B14 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий – за 15 минут, а первый и третий – за 24 минуты. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: _____.

B15 Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2 + 25}{x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x}{2\cos x + 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

C2 Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны 5. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\frac{2}{3}$, L – середина ребра MB . Найдите высоту данной пирамиды.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+2} - 257 \cdot 2^x + 16 \leq 0, \\ 2\log_2 \frac{x+2}{x-3,7} + \log_2(x-3,7)^2 \geq 2. \end{cases}$$

C4 Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую – в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую – в точке C .

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

б) Найдите отношение $CP:PB$, если радиус первой окружности втрое больше радиуса второй.

Тренировочная работа**в формате ЕГЭ****по МАТЕМАТИКЕ****28 января 2014 года****11 класс****Вариант МА10403****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

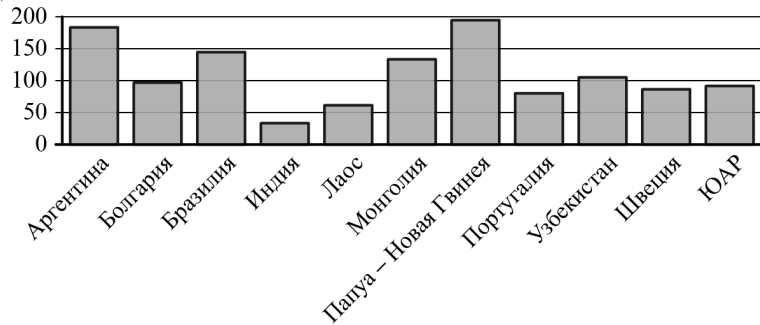
В1 В доме, в котором живёт Женя, один подъезд. На каждом этаже по восемь квартир. Женя живёт в квартире 87. На каком этаже живёт Женя?

Ответ: _____.

В2 Для приготовления вишнёвого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 16 кг вишни?

Ответ: _____.

В3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место – Индия. Какое место занимал Узбекистан?



Ответ: _____.

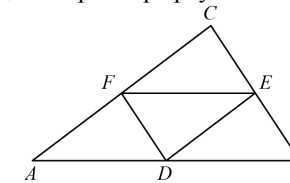
В4 В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа (руб.)
Эпсилон	21 600	20	6	3600
Дельта	22 300	15	12	1860
Омикрон	24 000	20	12	1750

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: _____.

В5 Точки D , E , F – середины сторон треугольника ABC . Периметр треугольника DEF равен 5. Найдите периметр треугольника ABC .



Ответ: _____.

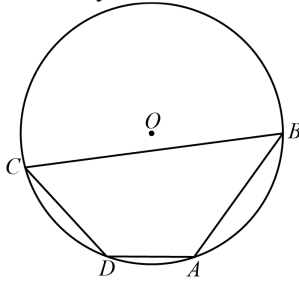
В6 В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 5 из них встречается вопрос по теории вероятностей. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теории вероятностей.

Ответ: _____.

В7 Найдите корень уравнения $\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4}$.

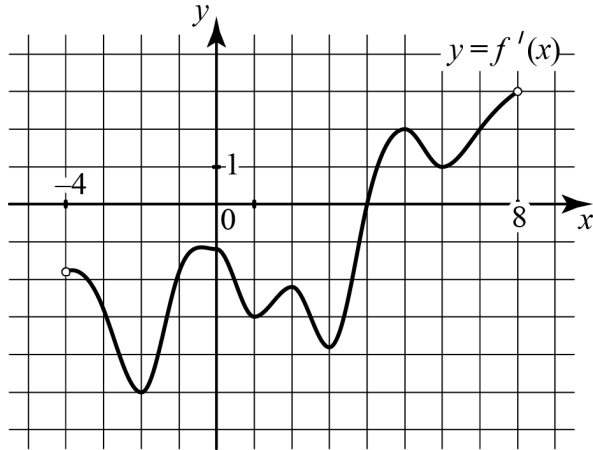
Ответ: _____.

В8 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 125° и 47° . Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



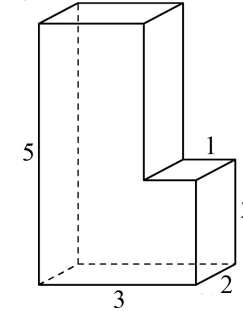
Ответ: _____.

В9 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. В какой точке отрезка $[-3; 1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

В10 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

Ответом на задания В11–В15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

В11 Найдите значение выражения

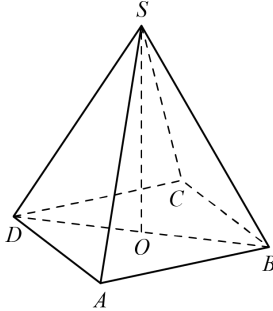
$$-\frac{22}{\cos^2 34^\circ + \cos^2 124^\circ}.$$

Ответ: _____.

В12 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $pV^{1.4} = \text{const}$, где p (атм) — давление в газе, V — объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 24 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: _____.

- B13** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SA = 10$, $BD = 16$. Найдите длину отрезка SO .



Ответ: _____.

- B14** Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий – за 15 минут, а первый и третий – за 24 минуты. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: _____.

- B15** Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 49}{x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x}{2\cos x + 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

- C2** Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$, L – середина ребра MB . Найдите высоту данной пирамиды.

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+2} - 257 \cdot 2^x + 16 \leq 0, \\ 2\log_2 \frac{x+2}{x-3,7} + \log_2 (x-3,7)^2 \geq 2. \end{cases}$$

- C4** Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую – в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую – в точке C .
- а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.
 б) Найдите отношение $BP:PC$, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

Тренировочная работа**в формате ЕГЭ
по МАТЕМАТИКЕ****28 января 2014 года****11 класс****Вариант МА10404**

Район. _____
Город (населённый пункт) _____
Школа. _____
Класс. _____
Фамилия _____
Имя _____
Отчество. _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

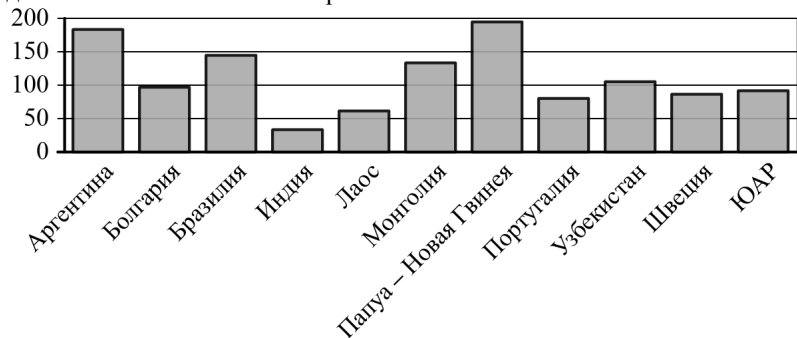
В1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2500 руб. До установки счётчиков Александр платил за воду (холодную и горячую) ежемесячно 1700 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 1000 руб. при тех же тарифах на воду. За какое наименьшее количество месяцев при тех же тарифах на воду установка счётчиков окупится?

Ответ: _____.

В2 На бензоколонке один литр бензина стоит 30 руб. 20 коп. Водитель залил в бак 10 литров бензина и купил бутылку воды за 49 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

Ответ: _____.

В3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Аргентина?



Ответ: _____.

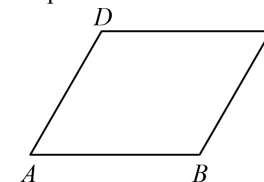
В4 В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа, (руб.)
Эпсилон	19 400	5	6	3740
Дельта	19 900	5	12	1860
Омикрон	22 700	30	6	2800

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: _____.

В5 Периметр параллелограмма равен 70. Меньшая сторона равна 16. Найдите большую сторону параллелограмма.



Ответ: _____.

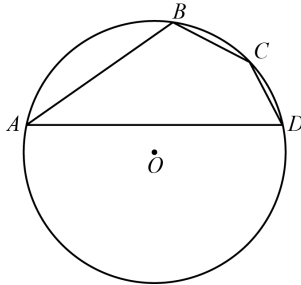
В6 В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос о Великой Отечественной войне. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о Великой Отечественной войне.

Ответ: _____.

В7 Найдите корень уравнения $\frac{1}{2x+7} = \frac{1}{3x+20}$.

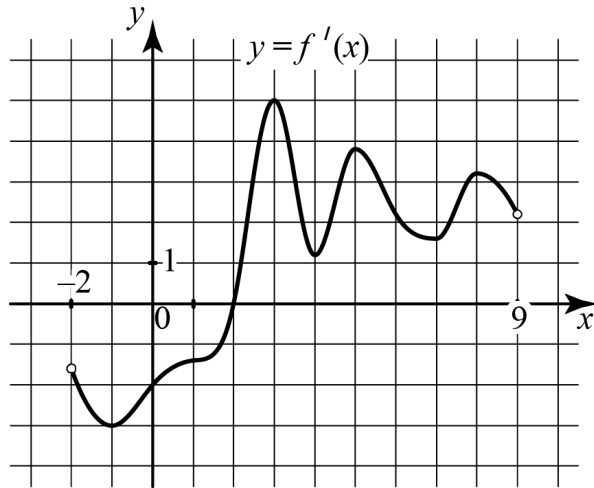
Ответ: _____.

В8 Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 25° . Найдите угол C четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



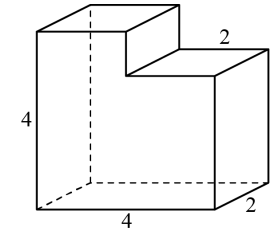
Ответ: _____.

В9 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[3; 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

В10 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

Ответом на задания В11–В15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

В11 Найдите значение выражения

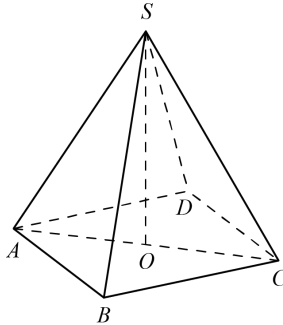
$$\frac{34}{\cos^2 101^\circ + \cos^2 191^\circ}.$$

Ответ: _____.

В12 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $pV^{1.4} = \text{const}$, где p (атм) – давление в газе, V – объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 256 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: _____.

- B13** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SB = 20$, $AC = 24$. Найдите длину отрезка SO .



Ответ: _____.

- B14** Плиточник должен уложить 300 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 5 м^2 в день больше чем запланировал, то закончит работу на 5 дней раньше, чем намечил. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

- B15** Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2 + 25}{x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

- C2** Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны 5. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\frac{2}{3}$, L – середина ребра MB . Найдите высоту данной пирамиды.

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ 2\log_2 \frac{x-1}{x+1,3} + \log_2(x+1,3)^2 \geq 2. \end{cases}$$

- C4** Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую – в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую – в точке C .
- а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.
- б) Найдите отношение $CP:PB$, если радиус первой окружности втрое больше радиуса второй.

Вариант МА10401**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
B1	11
B2	649
B3	5
B4	23610
B5	10
B6	0,26
B7	-6
B8	155

№ задания	Ответ
B9	1
B10	28
B11	-22
B12	8
B13	6
B14	15
B15	7

Вариант МА10402**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
B1	4
B2	24
B3	2
B4	25920
B5	19
B6	0,25
B7	-13
B8	55

№ задания	Ответ
B9	3
B10	24
B11	34
B12	0,75
B13	16
B14	9,6
B15	-5

Вариант МА10403**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
B1	11
B2	24
B3	5
B4	25920
B5	10
B6	0,25
B7	-6
B8	55

№ задания	Ответ
B9	1
B10	24
B11	-22
B12	0,75
B13	6
B14	9,6
B15	7

Вариант МА10404**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
B1	4
B2	649
B3	2
B4	23610
B5	19
B6	0,26
B7	-13
B8	155

№ задания	Ответ
B9	3
B10	28
B11	34
B12	8
B13	16
B14	15
B15	-5

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$.

Решение.

а) Левая часть уравнения определена при $\cos x \neq \frac{\sqrt{3}}{2}$, то есть при $x \neq \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. Числитель дроби должен быть равен 0:

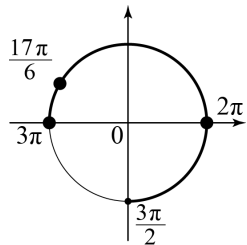
$$2\sin^2 x - \sin x = 0; \quad \sin x(2\sin x - 1) = 0;$$

$$\sin x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{1}{2};$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Серию $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ нужно отбросить. Получаем ответ: $\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни, лежащие на отрезке $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$: $x = 2\pi; x = \frac{17\pi}{6}; x = 3\pi$.



Ответ: а) $\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi; \frac{17\pi}{6}; 3\pi$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

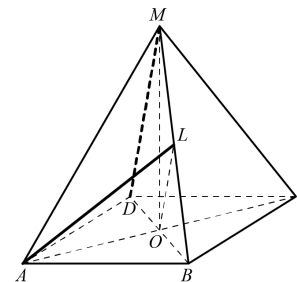
C2

Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$, L – середина ребра MB . Найдите высоту данной пирамиды.

Решение.

Обозначим угол между DM и AL буквой α . Пусть MO – высота пирамиды $MABCD$. Тогда OL – средняя линия треугольника BDM , следовательно, $OL \parallel MD$. Поэтому $\angle ALO = \alpha$. По условию $\text{tg } \alpha = \sqrt{2}$.

Основание $ABCD$ – квадрат со стороной, равной $5\sqrt{2}$. Следовательно, $OA \perp OB$, $OL \perp OA$, $OA = 5$. Далее, из прямоугольного треугольника AOL находим $OL = \frac{OA}{\text{tg } \alpha} = \frac{5}{\sqrt{2}}$. Боковое ребро $MD = 2OL = 5\sqrt{2}$, поскольку OL – средняя линия треугольника BDM .



Из прямоугольного треугольника MOD находим искомую высоту MO пирамиды $MABCD$: $MO = \sqrt{MD^2 - OD^2} = \sqrt{50 - 25} = 5$.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено. ИЛИ При правильном ответе решение недостаточно обосновано.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

С3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x-1}{x+1,3} + \log_2 (x+1,3)^2 \geq 2. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделаем замену $y = 2^x$:

$$4y^2 - 33y + 8 \leq 0; \quad (y-8)(4y-1) \leq 0; \quad \frac{1}{4} \leq y \leq 8.$$

Отсюда получаем решение первого неравенства: $-2 \leq x \leq 3$.

Решим второе неравенство. Первое слагаемое определено при $\frac{x-1}{x+1,3} > 0$, то есть при $x < -1,3$ или $x > 1$. Запомним это, преобразуем неравенство:

$$\log_2 \frac{(x-1)^2}{(x+1,3)^2} + \log_2 (x+1,3)^2 \geq 2;$$

$$\log_2 (x-1)^2 \geq 2; \quad (x-1)^2 \geq 4;$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0;$$

$$x \leq -1 \text{ или } x \geq 3.$$

Получаем решение второго неравенства: $x < -1,3$ или $x \geq 3$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств: $-2 \leq x < -1,3$ или $x = 3$.

Ответ: $[-2; -1,3); 3$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах.	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

С4 Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую – в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую – в точке C .

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

б) Найдите отношение $BP:PC$, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

Решение.

а) Обозначим $\angle BAD = \angle PAB = \alpha$. Поскольку $ABQP$ и $CDPQ$ – вписанные четырёхугольники,

$$\angle BQP = 180^\circ - \alpha,$$

$$\angle CQP = 180^\circ - \angle BQP = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha,$$

$$\angle ADC = \angle PDC = 180^\circ - \angle PQC = 180^\circ - \alpha.$$

Значит, $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$, и поэтому $AB \parallel CD$. Противоположные стороны четырёхугольника $ABCD$ попарно параллельны, следовательно, это параллелограмм.

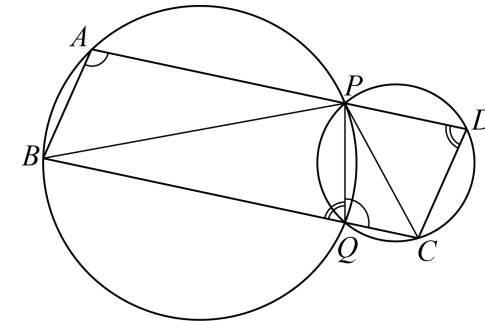
б) Пусть R – радиус второй (меньшей) окружности. Тогда радиус большей окружности равен $2R$. По теореме синусов

$$BP = 2 \cdot 2R \sin \angle BQP = 4R \sin(180^\circ - \alpha) = 4R \sin \alpha,$$

$$PC = 2R \sin \angle CQP = 2R \sin \alpha.$$

Следовательно,

$$\frac{BP}{PC} = \frac{4R \sin \alpha}{2R \sin \alpha} = 2.$$



Ответ: 2.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b .	3
Получен обоснованный ответ в пункте b . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта a и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a . ИЛИ При обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	1
ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен.	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x}{2\cos x + 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Левая часть уравнения определена при $\cos x \neq -\frac{1}{2}$, то есть при

$x \neq \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. Числитель дроби должен быть равен 0:

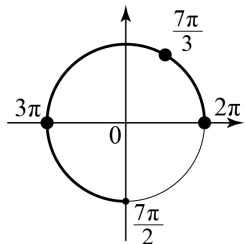
$$2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x = 0; \sin x(2\sin x - \sqrt{3}) = 0;$$

$$\sin x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Серию $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ нужно отбросить. Получаем ответ: $\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни, лежащие на отрезке $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$: $x = 2\pi; x = \frac{7\pi}{3}; x = 3\pi$.



Ответ: а) $\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi; \frac{7\pi}{3}; 3\pi$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или в пункте б). ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

C2

Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны 5. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\frac{2}{3}$, L – середина ребра MB . Найдите высоту данной пирамиды.

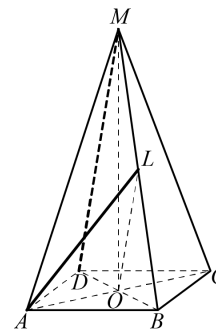
Решение.

Пусть MO – высота пирамиды $MABCD$. Тогда OL – средняя линия треугольника BDM , следовательно, $OL \parallel MD$. Поэтому $\angle ALO = \alpha$. По условию $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$.

Основание $ABCD$ – квадрат со стороной, равной 5. Следовательно, $OA \perp OB$, $OL \perp OA$, $OA = \frac{5}{\sqrt{2}}$. Далее, из прямоугольного треугольника AOL находим

$$OL = \frac{OA}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{15\sqrt{2}}{4}. \text{ Боковое ребро } MD = 2OL = \frac{15}{\sqrt{2}}, \text{ поскольку } OL \text{ – средняя}$$

линия треугольника BDM .



Из прямоугольного треугольника MOD находим искомую высоту MO пирамиды $MABCD$: $MO = \sqrt{MD^2 - OD^2} = 10$.

Ответ: 10.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ.	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено. ИЛИ При правильном ответе решение недостаточно обосновано.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+2} - 257 \cdot 2^x + 16 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x+2}{x-3,7} + \log_2 (x-3,7)^2 \geq 2. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделаем замену $y = 2^x$:

$$16y^2 - 257y + 16 \leq 0; (y-16)(16y-1) \leq 0; \frac{1}{16} \leq y \leq 16.$$

Отсюда получаем решение первого неравенства: $-4 \leq x \leq 4$.

Решим второе неравенство. Первое слагаемое определено при $\frac{x+2}{x-3,7} > 0$, то

есть при $x < -2$ или $x > 3,7$. Запомним это, преобразуем неравенство:

$$\log_2 \frac{(x+2)^2}{(x-3,7)^2} + \log_2 (x-3,7)^2 \geq 2;$$

$$\log_2 (x+2)^2 \geq 2; (x+2)^2 \geq 4; x(x+4) \geq 0;$$

$$x \leq -4 \text{ или } x \geq 0.$$

Получаем решение второго неравенства: $x \leq -4$ или $x > 3,7$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств: $x = -4$ или $3,7 < x \leq 4$.

Ответ: $-4; (3,7; 4]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах.	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

C4 Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую – в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую – в точке C .

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

б) Найдите отношение $CP:PB$, если радиус первой окружности втрое больше радиуса второй.

Решение.

а) Обозначим $\angle BAD = \angle PAB = \alpha$. Поскольку $ABQP$ и $CDPQ$ – вписанные четырёхугольники,

$$\angle BQP = 180^\circ - \alpha, \angle CQP = 180^\circ - \angle BQP = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha,$$

$$\angle ADC = \angle PDC = 180^\circ - \angle PQC = 180^\circ - \alpha.$$

Значит, $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$, и поэтому $AB \parallel CD$. Противоположные стороны четырёхугольника $ABCD$ попарно параллельны, следовательно, это параллелограмм.

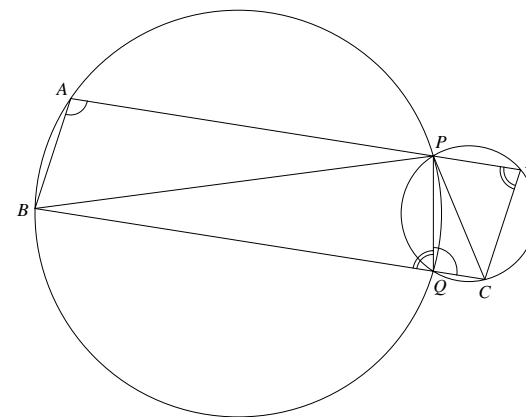
б) Пусть R – радиус второй (меньшей) окружности. Тогда радиус большей окружности равен $3R$. По теореме синусов

$$BP = 2 \cdot 3R \sin \angle BQP = 6R \sin(180^\circ - \alpha) = 6R \sin \alpha,$$

$$PC = 2R \sin \angle CQP = 2R \sin \alpha.$$

Следовательно,

$$\frac{CP}{PB} = \frac{2R \sin \alpha}{6R \sin \alpha} = \frac{1}{3}.$$



Ответ: $\frac{1}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b .	3
Получен обоснованный ответ в пункте b . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a . ИЛИ При обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x}{2\cos x + 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Левая часть уравнения определена при $\cos x \neq -\frac{1}{2}$, то есть при

$x \neq \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. Числитель дроби должен быть равен 0:

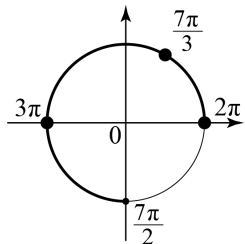
$$2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x = 0; \sin x(2\sin x - \sqrt{3}) = 0;$$

$$\sin x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Серию $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ нужно отбросить. Получаем ответ: $\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни, лежащие на отрезке $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$: $x = 2\pi; x = \frac{7\pi}{3}; x = 3\pi$.



Ответ: а) $\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi; \frac{7\pi}{3}; 3\pi$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или в пункте б). ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

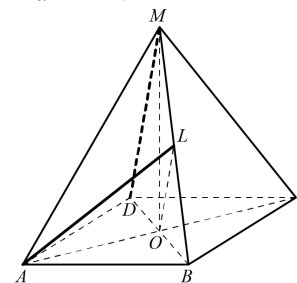
C2

Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$, L – середина ребра MB . Найдите высоту данной пирамиды.

Решение.

Обозначим угол между DM и AL буквой α . Пусть MO – высота пирамиды $MABCD$. Тогда OL – средняя линия треугольника BDM , следовательно, $OL \parallel MD$. Поэтому $\angle ALO = \alpha$. По условию $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$.

Основание $ABCD$ – квадрат со стороной, равной $5\sqrt{2}$. Следовательно, $OA \perp OB$, $OL \perp OA$, $OA = 5$. Далее, из прямоугольного треугольника AOL находим $OL = \frac{OA}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{5}{\sqrt{2}}$. Боковое ребро $MD = 2OL = 5\sqrt{2}$, поскольку OL – средняя линия треугольника BDM .



Из прямоугольного треугольника MOD находим искомую высоту MO пирамиды $MABCD$: $MO = \sqrt{MD^2 - OD^2} = \sqrt{50 - 25} = 5$.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено. ИЛИ При правильном ответе решение недостаточно обосновано.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+2} - 257 \cdot 2^x + 16 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x+2}{x-3,7} + \log_2(x-3,7)^2 \geq 2. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделаем замену $y = 2^x$:

$$16y^2 - 257y + 16 \leq 0; (y-16)(16y-1) \leq 0; \frac{1}{16} \leq y \leq 16.$$

Отсюда получаем решение первого неравенства: $-4 \leq x \leq 4$.

Решим второе неравенство. Первое слагаемое определено при $\frac{x+2}{x-3,7} > 0$, то есть при $x < -2$ или $x > 3,7$. Запомним это, преобразуем неравенство:

$$\log_2 \frac{(x+2)^2}{(x-3,7)^2} + \log_2(x-3,7)^2 \geq 2;$$

$$\log_2(x+2)^2 \geq 2; (x+2)^2 \geq 4; x(x+4) \geq 0;$$

$$x \leq -4 \text{ или } x \geq 0.$$

Получаем решение второго неравенства: $x \leq -4$ или $x > 3,7$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств: $x = -4$ или $3,7 < x \leq 4$.

Ответ: $-4; (3,7; 4]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах.	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

C4 Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую – в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую – в точке C .
а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.
б) Найдите отношение $BP:PC$, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

Решение.

а) Обозначим $\angle BAD = \angle PAB = \alpha$. Поскольку $ABQP$ и $CDPQ$ – вписанные четырёхугольники,

$$\angle BQP = 180^\circ - \alpha,$$

$$\angle CQP = 180^\circ - \angle BQP = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha,$$

$$\angle ADC = \angle PDC = 180^\circ - \angle PQC = 180^\circ - \alpha.$$

Значит, $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$, и поэтому $AB \parallel CD$. Противоположные стороны четырёхугольника $ABCD$ попарно параллельны, следовательно, это параллелограмм.

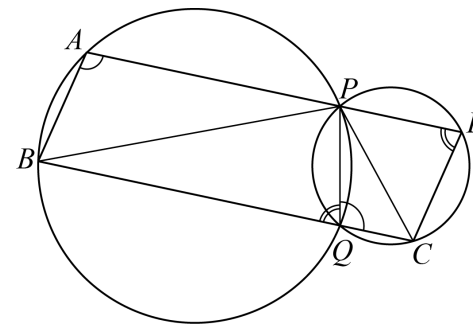
б) Пусть R – радиус второй (меньшей) окружности. Тогда радиус большей окружности равен $2R$. По теореме синусов

$$BP = 2 \cdot 2R \sin \angle BQP = 4R \sin(180^\circ - \alpha) = 4R \sin \alpha,$$

$$PC = 2R \sin \angle CQP = 2R \sin \alpha.$$

Следовательно,

$$\frac{BP}{PC} = \frac{4R \sin \alpha}{2R \sin \alpha} = 2.$$



Ответ: 2.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b .	3
Получен обоснованный ответ в пункте b . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a . ИЛИ При обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	1
ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен.	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$.

Решение.

а) Левая часть уравнения определена при $\cos x \neq \frac{\sqrt{3}}{2}$, то есть при $x \neq \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. Числитель дроби должен быть равен 0:

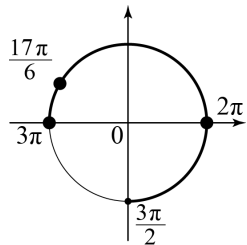
$$2\sin^2 x - \sin x = 0; \quad \sin x(2\sin x - 1) = 0;$$

$$\sin x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{1}{2};$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Серию $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ нужно отбросить. Получаем ответ: $\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни, лежащие на отрезке $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$: $x = 2\pi; x = \frac{17\pi}{6}; x = 3\pi$.



Ответ: а) $\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi; \frac{17\pi}{6}; 3\pi$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

C2

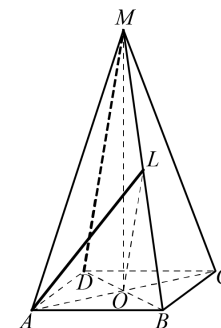
Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны 5. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\frac{2}{3}$, L – середина ребра MB . Найдите высоту данной пирамиды.

Решение.

Пусть MO – высота пирамиды $MABCD$. Тогда OL – средняя линия треугольника BDM , следовательно, $OL \parallel MD$. Поэтому $\angle ALO = \alpha$. По условию $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$.

Основание $ABCD$ – квадрат со стороной, равной 5. Следовательно, $OA \perp OB$, $OL \perp OA$, $OA = \frac{5}{\sqrt{2}}$. Далее, из прямоугольного треугольника AOL находим

$$OL = \frac{OA}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{15\sqrt{2}}{4}. \text{ Боковое ребро } MD = 2OL = \frac{15}{\sqrt{2}}, \text{ поскольку } OL \text{ – средняя линия треугольника } BDM.$$



Из прямоугольного треугольника MOD находим искомую высоту MO пирамиды $MABCD$: $MO = \sqrt{MD^2 - OD^2} = 10$.

Ответ: 10.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ.	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено. ИЛИ При правильном ответе решение недостаточно обосновано.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x-1}{x+1,3} + \log_2 (x+1,3)^2 \geq 2. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделаем замену $y = 2^x$:

$$4y^2 - 33y + 8 \leq 0; \quad (y-8)(4y-1) \leq 0; \quad \frac{1}{4} \leq y \leq 8.$$

Отсюда получаем решение первого неравенства: $-2 \leq x \leq 3$.

Решим второе неравенство. Первое слагаемое определено при $\frac{x-1}{x+1,3} > 0$, то есть при $x < -1,3$ или $x > 1$. Запомним это, преобразуем неравенство:

$$\log_2 \frac{(x-1)^2}{(x+1,3)^2} + \log_2 (x+1,3)^2 \geq 2;$$

$$\begin{aligned} \log_2 (x-1)^2 &\geq 2; \quad (x-1)^2 \geq 4; \\ x^2 - 2x - 3 &\geq 0; \\ x \leq -1 \text{ или } x &\geq 3. \end{aligned}$$

Получаем решение второго неравенства: $x < -1,3$ или $x \geq 3$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств: $-2 \leq x < -1,3$ или $x = 3$.

Ответ: $[-2; -1,3); 3$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах.	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

C4 Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую – в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую – в точке C .
а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.
б) Найдите отношение $CP:PB$, если радиус первой окружности втрое больше радиуса второй.

Решение.

а) Обозначим $\angle BAD = \angle PAB = \alpha$. Поскольку $ABQP$ и $CDPQ$ – вписанные четырёхугольники,

$$\angle BQP = 180^\circ - \alpha, \quad \angle CQP = 180^\circ - \angle BQP = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha,$$

$$\angle ADC = \angle PDC = 180^\circ - \angle PQC = 180^\circ - \alpha.$$

Значит, $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$, и поэтому $AB \parallel CD$. Противоположные стороны четырёхугольника $ABCD$ попарно параллельны, следовательно, это параллелограмм.

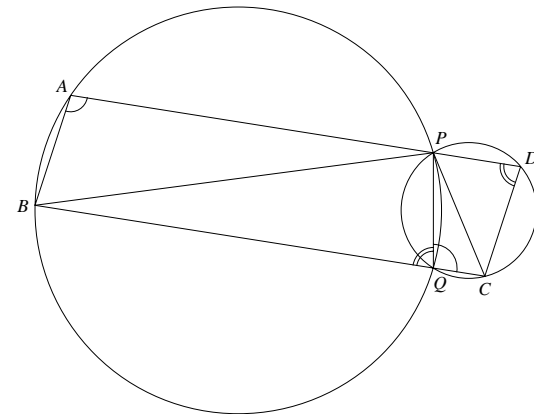
б) Пусть R – радиус второй (меньшей) окружности. Тогда радиус большей окружности равен $3R$. По теореме синусов

$$BP = 2 \cdot 3R \sin \angle BQP = 6R \sin(180^\circ - \alpha) = 6R \sin \alpha,$$

$$PC = 2R \sin \angle CQP = 2R \sin \alpha.$$

Следовательно,

$$\frac{CP}{PB} = \frac{2R \sin \alpha}{6R \sin \alpha} = \frac{1}{3}.$$



Ответ: $\frac{1}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b .	3
Получен обоснованный ответ в пункте b . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a . ИЛИ При обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	3