

План-конспект урока алгебры по теме

«Разложение многочлена на множители» в 7 классе

(Выполнил студент-практикант Куликова Татьяна Михайловна)

Тип урока: изучение нового материала.

Цель: начать изучение с учащимися новой темы «Разложение многочлена на множители».

Задачи:

Дидактические:

- подвести учащихся к пониманию, что такое разложение многочлена на множители и зачем оно нужно;
- создать условия для ознакомления с операцией разложения на множители, развития понимания, где используется данная операция;
- рассмотреть способы разложения многочлена на множители и особенности каждого из них.

Развивающие:

- развивать познавательный интерес учащихся;
- развивать понимание необходимости изучения данной темы.

Воспитательные:

- формировать интерес к изучению темы и желание применять приобретенные знания и умения;
- формировать любознательность учащихся, необходимость в непрерывном познании всего неизученного.

Методы обучения: словесный (объяснение), наглядный (использование презентации), практический (воспроизводящие).

Оборудование: презентация, раздаточный материал (памятка, карточки с домашней работой), учебник (Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / [С. М. Никольский, М. К. Потанов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин]. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2017. – 287 с. : ил. – (МГУ – школе).), учебное пособие (Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. – М. : Просвещение, 1990. – 416. : ил.), учебно-методическое пособие (Рурукин А. Н. Поурочные разработки по алгебре. 7 класс. – М. : ВАКО, 2014. – 256 с. – (В помощь школьному учителю).).

Форма работы учащихся на уроке: конспектирование, КОД.

Ход урока

1. **Организационный момент** (1 мин.)
2. **Постановка цели и задач урока. Мотивация учебной деятельности учащихся** (1 мин.)

3. Актуализация знаний РМ (2 мин.)

(устный опрос по формулам сокращенного умножения, определению многочлена, одночлена, степени числа)

4. Собственно урок (15 мин)

Определение. Запись многочлена в виде произведения нескольких других многочленов (при этом некоторые из них могут быть и одночленами) называют разложением многочлена на множители. (учащиеся записывают в тетрадь)

Способы разложения многочлена на множители

1. Вынесение за скобки общего множителя многочлена.

Пример 1. Разложим на множители многочлен

$$2ab - 3ac + a^2. \quad (1)$$

Все члены многочлена (1) имеют общий множитель a . Вынося его за скобки, получим разложение многочлена (1) на множители:

$$2ab - 3ac + a^2 = a(2b - 3c + a).$$

2. Применение формул сокращённого умножения.

Как уже отмечалось, сами формулы сокращённого умножения дают разложение на множители важных в математике многочленов.

Часто, прежде чем применить какую-либо формулу сокращённого умножения, многочлен надо преобразовать.

Пример 2. Разложим на множители многочлен

$$49x^4 - 16y^6. \quad (2)$$

Так как $49x^4 = (7x^2)^2$, а $16y^6 = (4y^3)^2$, то многочлен (2) можно записать в виде разности квадратов выражений $7x^2$ и $4y^3$. Применяя затем формулу разности квадратов, получим разложение многочлена (2) на множители:

$$49x^4 - 16y^6 = (7x^2)^2 - (4y^3)^2 = (7x^2 + 4y^3)(7x^2 - 4y^3).$$

3. Выделение полного квадрата.

Иногда многочлен можно разложить на множители, если сначала выделить полный квадрат (см. п. 6.3), а затем воспользоваться формулой разности квадратов.

Пример 3.

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 - 1^2 - 8 = (x + 1)^2 - 9 = (x + 1)^2 - 3^2 = \\ = ((x + 1) + 3)((x + 1) - 3) = (x + 4)(x - 2).$$

Пример 4.

$$x^4 - 10x^2 + 9 = (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 5 + 5^2 - 5^2 + 9 = (x^2 - 5)^2 - 16 = \\ = (x^2 - 5)^2 - 4^2 = ((x^2 - 5) + 4)((x^2 - 5) - 4) = (x^2 - 1)(x^2 - 9) = \\ = (x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3).$$

Пример 5.

$$9x^2 - 9x - 4 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4 = \\ = \left(3x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(3x - \frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right)\left(3x - \frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right) = (3x - 4)(3x + 1).$$

Пример 6.

$$x^4 + 64 = x^4 + 16x^2 + 64 - 16x^2 = (x^2 + 8)^2 - (4x)^2 = \\ = (x^2 + 8 - 4x)(x^2 + 8 + 4x) = (x^2 - 4x + 8)(x^2 + 4x + 8). \bullet$$

4. Группировка членов многочлена.

Этот способ применяется чаще всего в сочетании со способом вынесения за скобки общего множителя.

Пример 7. Разложим на множители многочлен

$$2ax + 2ay + 3bx + 3by. \quad (3)$$

Группируя первый и второй члены, а также третий и четвертый, перепишем многочлен (3) в виде

$$2ax + 2ay + 3bx + 3by = (2ax + 2ay) + (3bx + 3by).$$

Теперь в скобках записаны многочлены, каждый из которых имеет свой общий множитель. Вынося каждый из этих множителей за скобки, получим

$$(2ax + 2ay) + (3bx + 3by) = 2a(x + y) + 3b(x + y).$$

Теперь, вынося за скобки общий множитель $(x + y)$, имеем

$$2a(x + y) + 3b(x + y) = (x + y)(2a + 3b).$$

Итак, многочлен (3) разложен на множители:

$$2ax + 2ay + 3bx + 3by = (x + y)(2a + 3b).$$

Способ группировки часто применяется также в сочетании с формулами сокращённого умножения.

Пример 8. Разложим на множители многочлен

$$a^3 + a^2 - b^3 - b^2. \quad (4)$$

Группируя первый и третий члены, а также второй и четвёртый и применяя затем формулы разности кубов и разности квадратов, получим

$$\begin{aligned} a^3 + a^2 - b^3 - b^2 &= (a^3 - b^3) + (a^2 - b^2) = \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)(a + b). \end{aligned}$$

Вынося теперь за скобки общий множитель $(a - b)$, получим разложение многочлена (4) на множители:

$$a^3 + a^2 - b^3 - b^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2 + a + b).$$

Отметим, что, если бы мы сгруппировали члены многочлена (4) как-нибудь иначе, нам не удалось бы разложить его на множители. Это говорит о том, что способ группировки — трудный способ, требующий определённых навыков и смекалки.

5. Применение различных способов разложения многочлена на множители.

Часто для разложения многочлена на множители надо применить (может, неоднократно) несколько из рассмотренных способов.

Пример 9. Разложим на множители многочлен

$$a^4 + a^2b + ab^3 + 2ab^2 + b^3. \quad (5)$$

Объединяя первый и третий члены, а также второй, четвёртый и пятый, вынесем за скобки их общие множители:

$$\begin{aligned} a^4 + a^2b + ab^3 + 2ab^2 + b^3 &= (a^4 + ab^3) + (a^2b + 2ab^2 + b^3) = \\ &= a(a^3 + b^3) + b(a^2 + 2ab + b^2). \end{aligned}$$

Применяя формулы суммы кубов и квадрата суммы, получаем $a(a^3 + b^3) + b(a^2 + 2ab + b^2) = a(a + b)(a^2 - ab + b^2) + b(a + b)^2$.

Вынося за скобки общий множитель $(a + b)$, имеем

$$\begin{aligned} a(a + b)(a^2 - ab + b^2) + b(a + b)^2 &= (a + b)(a(a^2 - ab + b^2) + b(a + b)) = \\ &= (a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 + ab + b^2). \end{aligned}$$

Итак, многочлен (5) разложен на множители:

$$a^4 + a^2b + ab^3 + 2ab^2 + b^3 = (a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 + ab + b^2).$$

Пример 10.

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - y^2 + 6y - 5 &= (x^2 + 4x + 4) - (y^2 - 6y + 9) = \\ &= (x + 2)^2 - (y - 3)^2 = (x + 2 + y - 3)(x + 2 - y + 3) = \\ &= (x + y - 1)(x - y + 5). \quad \bullet \end{aligned}$$

В заключение отметим, что разложение многочлена на множители (мы имеем в виду множители, имеющие степень, большую нуля) — трудная, не всегда выполнимая задача. Существуют многочлены, которые вообще не разлагаются на множители, имеющие степень больше нуля. Таким, например, является многочлен $a^2 + b^2$.

ПАМЯТКА

АЛГОРИТМ ВЫНЕСЕНИЯ ЗА СКОБКИ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ МНОГОЧЛЕНА

Чтобы вынести за скобки общий множитель нескольких одночленов, надо:

- 1) найти **наибольший общий делитель коэффициентов** всех одночленов;
- 2) найти **переменные**, которые входят в каждый член многочлена, и выбрать для каждой из них **наименьший показатель степени**;
- 3) **произведение коэффициента** (найденного в п. 1) **и переменных** (найденных в п. 2) **является общим множителем**, который выносится за скобки;
- 4) после вынесения общего множителя за скобки от каждого члена **остается в скобках частное от деления этого члена на общий множитель**.

Помни: за скобки можно вынести не только одночлен, но и многочлен!

5. Первичное закрепление нового материала (20 мин)

Решение у доски: № 453 (д, з), 459 (в, г), 465 (а, з), 463 (б, г), 473 (а, б), 470 (б, з), 471 (а).

6. Итоги урока (2 мин)

Фронтальный опрос по теории (вопросы для самопроверки).

Домашняя работа (по карточкам):

Наша работа по карточке

Вариант I

1. Разложите на множители:

а) $-15ax - 20ay$

б) $3a^2x + 6ax^3$

в) $5x^2 - 10xy + 5y^2$

г) $x(a-c) + y(c-a)$

д) $3(x+y) + (x+y)^2$

е) $a^x + a^{x+1}$

ж) $5x^{a+2} + 10x^2$

2. Разложите на множители:

а) $9a^2 - 30ab^2 + 25b^4$

в) $(x-y)^2 - (x+y)^2$

б) $(x+3)^2 - 16$

г) $(a+b)^2 + 2(a+b) + 1$

в) $x^6 - 2^6$

3. Разложите на множители:

а) $x^2 + 8x - 33$

б) $4x^2 - 12x + 5$

в) $9m^2 - 24m + 15$

г) $p^2 - 5p + 6$

д) $m^2 + 7m + 10$

Домашняя работа по карточке

Вариант II.

1. Разложить на множители:

а) $ax + bx + x$

б) $a^3 - 2a^2 - a$

в) $x^4 + 3x^3 - x^2$

г) $a(x-y) - c(y-x)$

д) $(a+x)^3 - a(a+x)^2$

е) $x^{a+c} - x^a$

ж) $4a^{x+2} + 20a^x$

2. Разложить на множители:

а) $25x^4 - 16y^2$

б) $8 + x^3y^3$

г) $(x-2y)^2 + 4(x-2y) + 4$

д) $-x^2 + 2xy - y^2$

ж) $(a+b)^2 - (x+y)^2$

3. Разложить на множители:

а) $x^2 + 14x + 45$

б) $x^2 + 6x + 5$

в) $m^2 - 11m + 30$

г) $x^2 - x - 12$

д) $3m^2 + 27m + 54$