Журкина Мария Ивановна
учитель математики (учитель-практикант)
МАОУ ЛМИ г. Саратова,
Саратов, 2018 год

План-конспект урока закрепления изученного материала по алгебре и началам математического анализа в 10 классе по теме Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений

Учитель: Журкина Мария Ивановна
Предмет: Алгебра и начала математического анализа
Авторы учебника: Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и профильный уровни / [С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин]. – 8-е изд. – М. : Просвещение, 2009. – 430 с.
Тема урока: Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений
Тип урока: урок закрепления изученного материала

Цель урока: развить у учащихся умения решать уравнения, используя основные тригонометрические формулы.
Задачи урока:

1. **Образовательные:** проверить знания учащихся по данной теме при решении заданий индивидуальной карты.
2. **Развивающие:** развивать и совершенствовать умения применять имеющиеся у учащихся знания в измененной ситуации, развивать аналитическое и логическое мышление, математическую речь, выделять главное, делать выводы и обобщения.
3. **Воспитательные:** воспитывать у учащихся стремление к самосовершенствованию, удовлетворению познавательных способностей, воспитание коммуникативной культуры и культуры устной и письменной речи.

Саратов 2018

Ход урока

I. Проверочная работа (20 минут)

Работа выдается на индивидуальных картах по одной на каждую парту

I вариант	II вариант
Решите уравнение (1-5).	Решите уравнение (1-5).
1. $2\cos^2 x - 5\sin x + 1 = 0.$	1. $2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0.$
2. $\sin 4x \cos 2x = \sin 2x \cos 4x.$	2. $\sin 3x \cos x = \sin x \cos 3x.$
3. $\cos 2x - \sin x = 0.$	3. $\cos 2x - \cos x = 0.$
4. $\cos(0{,}5\pi - 2x) + \sin x = 0.$	4. $\cos(0{,}5\pi + 2x) + \sin x = 0.$
5. $\cos^4 x - \cos 2x = 1.$	5. $\sin^4 x + \cos 2x = 1.$

При абсолютно правильном выполнении всех пяти заданий, или с незначительными вычислительными ошибками, учащийся получает оценку – «5». При выполнении четырех заданий с незначительными вычислительными ошибками учащийся получает оценку – «4». При выполнении трех заданий – «3». Во всех остальных случаях – «2».

II. Закрепление изученного материала (24 минуты)

1. Выполнение заданий из учебника: **№ 11.22. (а), № 11.23. (а, б).** Данные номера выполняются у доски: **№ 11.22. (а) – самостоятельно** (Анна), **№ 11.23. (а,б) – с комментированием** (Елизавета, Руслан)

2. Решим следующие уравнения:

(Данные номера выполняются у доски с комментированием: пример 1 – Кирилл, пример 2 – Полина, пример 3 – Екатерина)

Пример 1. Решим уравнение

$$\cos^2 \pi x + 4 \sin \pi x + 4 = 0. \qquad (1)$$

Решение. Применяя основное тригонометрическое тождество, перепишем уравнение (1) в виде

$$\sin^2 \pi x - 4 \sin \pi x - 5 = 0. \qquad (2)$$

Уравнение (2) квадратное относительно $\sin \pi x$. Обозначив $t = \sin \pi x$, перепишем его в виде

$$t^2 - 4t - 5 = 0. \qquad (3)$$

Уравнение (3) имеет два корня $t_1 = -1$ и $t_2 = 5$, следовательно, множество решений уравнения (1) есть объединение множеств решений двух уравнений:

$$1)\ \sin \pi x = -1 \quad \text{и} \quad 2)\ \sin \pi x = 5.$$

Все решения уравнения 1) составляют единственную серию

$$\pi x_n = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad x_n = -\frac{1}{2} + 2n,\ n \in \boldsymbol{Z},$$

а уравнение 2) не имеет решений, так как $5 > 1$, а $\sin \pi x \leqslant 1$ для любого x.

Следовательно, уравнение (1) имеет единственную серию решений $x_n = -\frac{1}{2} + 2n,\ n \in \boldsymbol{Z}$.

Ответ. $-\frac{1}{2} + 2n,\ n \in \boldsymbol{Z}$.

Пример 2. Решим уравнение

$$\sin 2x \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}. \qquad (4)$$

Решение. Применяя формулу синуса суммы двух углов, перепишем уравнение (4) в виде

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}. \qquad (5)$$

Обозначив $t = 3x + \frac{\pi}{3}$, перепишем уравнение (5) в виде

$$\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}. \qquad (6)$$

Уравнение (6) имеет две серии решений:

$$t_n = \frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}; \quad t_m = \frac{2\pi}{3} + 2\pi m,\ m \in \boldsymbol{Z}.$$

Следовательно,

$$3x_n + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}; \quad 3x_m + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + 2\pi m,\ m \in \boldsymbol{Z},$$

откуда найдем две серии решений уравнения (5):

$$x_n = \frac{2\pi n}{3},\ n \in \boldsymbol{Z}; \quad x_m = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi m}{3},\ m \in \boldsymbol{Z}.$$

Следовательно, уравнение (4) имеет те же серии решений.

Ответ. $\frac{2\pi n}{3},\ n \in \boldsymbol{Z}; \quad \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi m}{3},\ m \in \boldsymbol{Z}.$

Пример 3. Решим уравнение

$$\sin^4 x + \cos^4 x - \sin 2x = \frac{11}{8}. \qquad (7)$$

Решение. Перепишем уравнение (7) в виде

$$(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x - \sin 2x = \frac{11}{8},$$

$$1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x - \sin 2x = \frac{11}{8},$$

$$\sin^2 2x + 2\sin 2x + \frac{3}{4} = 0. \qquad (8)$$

Обозначив $t = \sin 2x$, перепишем уравнение (8) в виде

$$t^2 + 2t + \frac{3}{4} = 0.$$

Это уравнение имеет два корня $t_1 = -\frac{1}{2}$ и $t_2 = -\frac{3}{2}$. Следовательно, множество решений уравнения (8) есть объединение множеств решений двух уравнений:

$$1)\ \sin 2x = -\frac{1}{2} \quad \text{и} \quad 2)\ \sin 2x = -\frac{3}{2}.$$

Все решения уравнения 1) составляют две серии: $x_n = -\frac{\pi}{12} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$, и $x_m = -\frac{5\pi}{12} + \pi m,\ m \in \boldsymbol{Z}$, а уравнение 2) не имеет решений, так как $-\frac{3}{2} < -1$, а $\sin 2x \geqslant -1$ для любого x.

Следовательно, уравнение (7) имеет те же серии решений.

Ответ. $-\frac{\pi}{12} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z};\ -\frac{5\pi}{12} + \pi m,\ m \in \boldsymbol{Z}.$

III. Подведение итогов урока (1 минута)

1) Выставление оценок в журнал;

2) Домашнее задание:

Параграф 11, п. 11.3., № 11.22. (б)

Решите уравнение (1-4):

1. $2\sin^2 \pi x - \cos \pi x - 1 = 0.$

2. $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos 2x = 0{,}5.$

3. $\cos 2x + \cos 3x - 1 = 0.$

4. $\cos\left(4x - \frac{\pi}{4}\right)\cos x + \sin\left(4x - \frac{\pi}{4}\right)\sin x = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$