План-конспект урока в 9 классе по алгебре по теме: «Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии»

Учителя математики (учителя-практиканта) МОУ-ООШ №6 г. Аткарска Нестеровой Натальи Сергеевны

Тип урока: урок изучения нового материала.

Цель урока: вывести формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии.

Задачи урока:

Дидактические:

– познакомить учащихся с формулой суммы n первых членов арифметической прогрессии;

– формировать у учащихся умение решать типовые математические задачи на вычисление суммы n первых членов арифметической прогрессии.

Развивающие:

– развивать познавательный интерес учащихся;

– развивать умение выдвигать и обосновывать свои предположения.

Воспитательные:

– формировать потребность в самообразовании;

– воспитывать аккуратность, внимательность, наблюдательность

Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный

Оборудование: компьютер, интерактивная доска, презентация Power Point *«Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии»*.

Методические особенности: Урок разработан по учебнику: *Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / А45 [Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова] ; под ред. С. А. Теляковского. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2017. – 287 с. : ил.*

Ход урока

I. **Организационный момент** (1 минута).

II. **Собственно урок** (41 минута)

1. Актуализация знаний – фронтальный опрос + устный счет (5 минут)

№1. Какие из последовательностей являются арифметическими прогрессиями и почему (последовательности на слайде)?

1) $3, 6, 9, 12, \ldots$

2) $5, 12, 18, 24, 30, \ldots$

3) $5, 15, 25, \ldots, 95 \ldots$

4) $1, 2, 4, 7, 9, 11 \ldots$

5) $5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, \ldots$

Ответ: арифметическими прогрессиями являются последовательности под номерами 1), 3) и 5), так как каждый член этих последовательностей, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом, который называется разностью арифметической прогрессии.

№2. Найти разность арифметической прогрессии (на слайде):

1) $1;\ 5;\ 9 \ldots$

2) $105;\ 100 \ldots$

3) $-13;\ -15;\ -17 \ldots$

4) $-11;\ -11;\ -11 \ldots$

Ответ: 1) $d = 4$, 2) $d = -5$, 3) $d = -2$, 4) $d = 0$

№3. Назовите пропущенные члены арифметической прогрессии. Каким свойством вы пользовались (на слайде)? // Характеристическое свойство арифметической прогрессии: в арифметической прогрессии каждый член, начиная со второго, есть среднее арифметическое между предыдущим и последующим членами прогрессии.

1) $11;\ ?\ ;\ 19, \ldots$

2) $102;\ ?\ ;\ 108, \ldots$

3) $-17;\ ?\ ;\ -5, \ldots$

Ответ: 1) 15, 2) 105, 3) -11

2. Изучение нового материала – объяснение учителя (7 минут)

- Из истории математики:

С формулой суммы n –членов арифметической прогрессии был связан эпизод из жизни немецкого математика К. Ф. Гаусса (1777-1855). Когда ему было 9 лет, учитель, занятый проверкой работ учеников других классов, задал на уроке следующую задачу: «Сосчитать сумму натуральных чисел от 1 до 100 включительно: $1 + 2 + \cdots + 100$. Каково же было удивление учителя, когда один из его учеников (это был Гаусс) через минуту воскликнул: «Я уже решил …». Большинство учеников после долгих подсчетов получили неверный результат. В тетради Гаусса было написано одно число и притом верное. Вот схема его рассуждений: сумма чисел в каждой паре равна 101, а таких пар 50, поэтому искомая сумма равна $101 \cdot 50 = 5050$.

– А теперь давайте выведем формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии, используя данную идею. Пусть $\{a_n\}$ – арифметическая прогрессия, S_n – сумма n первых членов арифметической прогрессии. Запишем эту сумму дважды, расположив в первом случае слагаемые в порядке возрастания их номеров, а во втором случае – в порядке убывания, то есть:

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n,$$
$$S_n = a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1.$$

Сумма каждой пары членов прогрессии, расположенных друг под другом, равна $a_1 + a_n$. Действительно:

$$a_2 + a_{n-1} = (a_1 + d) + (a_n - d) = a_1 + a_n,$$
$$a_3 + a_{n-2} = (a_2 + d) + (a_{n-1} - d) = a_2 + a_{n-1} = a_1 + a_n,$$
$$a_4 + a_{n-3} = (a_3 + d) + (a_{n-2} - d) = a_3 + a_{n-2} = a_1 + a_n \text{ и т.д.}$$

Число таких пар равно n, поэтому, сложив почленно первые две суммы S_n, мы получим: $2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n$, откуда $\boldsymbol{S_n = \frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}}$. Мы получили формулу для вычисления суммы n первых членов арифметической прогрессии.

– Ребята, а как вы думаете, можно ли преобразовать полученную формулу? // Да, в ней можно заменить $\boldsymbol{a_n}$ на следующее выражение: $\boldsymbol{a_n = a_1 + d(n-1)}$.

– Какой вид тогда примет наша формула? // $\boldsymbol{S_n = \frac{2a_1+d\cdot(n-1)}{2} \cdot n}$.

3. Закрепление изученного материала – коллективное решение + ответ у доски с комментарием (28 минут)

– Теперь мы знаем, как находить сумму n первых членов арифметической прогрессии. Давайте научимся ее применять на следующих примерах (коллективный разбор примеров):

1) $\{a_n\}$ – арифметическая прогрессия, $a_1 = 6$, $a_5 = 26$. Найти S_5.

− Какой из формул мы воспользуемся в данном примере и почему? // Мы будем использовать первую формулу, так как нам известны все необходимые данные.

<u>Решение:</u>

$$S_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 = \frac{6 + 26}{2} \cdot 5 = 80$$

Ответ: $\boldsymbol{S_5 = 80}$**.**

2) $\{a_n\}$ – арифметическая прогрессия, $a_1 = 12$, $d = -3$. Найти S_{16}.

− Какой из формул мы воспользуемся в данном примере и почему? // Мы будем использовать вторую формулу, так как нам известна разность прогрессии и ее первый член, но неизвестно значение a_{16}.

<u>Решение:</u>

$$S_{16} = \frac{2a_1 + (-3) \cdot (16 - 1)}{2} \cdot 16 = \frac{24 - 45}{2} \cdot 16 = -168$$

Ответ: $\boldsymbol{S_{16} = -168}$**.**

3) $\{a_n\}$ – последовательность, $a_n = 5n - 5$. Найти S_{40}.

– Что нам нужно найти сначала? // Сначала нужно найти a_1 и a_{40}, а затем воспользоваться первой формулой.

<u>Решение:</u>

$$a_1 = 0, a_{40} = 5 \cdot 40 - 5 = 195.$$
$$S_{40} = \frac{a_1 + a_{40}}{2} \cdot 40 = \frac{195}{2} \cdot 40 = 3900.$$

Ответ: $\boldsymbol{S_{40} = 3900}$**.**

4) Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 6 и не превосходящих 250.

– Чтобы найти сумму, что сначала нужно узнать? // Количество членов данной последовательности.
– Какой вид будет иметь данная последовательность? // $a_n = 6n$.
– Вычислите, чему будет равно n, если числа не должны превосходить 250 // $n \leq 41\frac{2}{3}$, но $n \in N$, поэтому $n = 41$.
<u>Решение:</u>

$$a_n = 6n, \text{тогда}: 6n \leq 250, n \leq 41\frac{2}{3}.$$

$$a_{41} = 6 \cdot 41 = 246.$$

$$S_{41} = \frac{a_1 + a_{41}}{2} \cdot 41 = \frac{6+246}{2} \cdot 41 = 5166.$$

Ответ: $\boldsymbol{S_{41} = 5166.}$
Далее учащиеся решают № 604 (а), 605 (б), 607 (а) (каждый номер один из учащихся решает у доски с комментарием, остальные – в тетради).
<u>№ 604:</u>
Найдите сумму первых шестидесяти членов арифметической прогрессии $\{a_n\}$, если: а) $a_1 = 3$, $a_{60} = 57$.
<u>№ 605:</u>
Найдите сумму первых восьми членов арифметической прогрессии, если:
а) $-23, -20, \dots$
<u>№ 607:</u>
Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 3n + 2$. Найдите сумму первых: а) двадцати ее членов.
III. Итог урока (3 минуты).
– <u>Рефлексия</u>:
Чему был посвящен этот урок? Остались ли какие-то вопросы по решению задач или теоретическому материалу?
– <u>Оценивание деятельности учеников</u> – поурочный балл.
– <u>Домашнее задание:</u> п. 26, выучить вывод формулы, решить №604 (б), №606 (г), №609 (б, г).

Упражнения

603. Найдите сумму первых шестидесяти членов арифметической прогрессии (a_n), если:

а) $a_1 = 3$, $a_{60} = 57$; б) $a_1 = -10{,}5$, $a_{60} = 51{,}5$.

604. Найдите сумму первых восьми членов арифметической прогрессии:

а) -23; -20; ... ; б) $14{,}2$; $9{,}6$; ... .

605. Вычислите сумму первых девяти членов арифметической прогрессии (b_n), если:

а) $b_1 = -17$, $d = 6$; б) $b_1 = 6{,}4$, $d = 0{,}8$.

606. Найдите сумму первых пятидесяти, ста, n членов последовательности (x_n), если:

а) $x_n = 4n + 2$; б) $x_n = 2n + 3$.

607. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 3n + 2$. Найдите сумму первых двадцати ее членов.

608. Найдите:

а) сумму $2 + 4 + 6 + ... + 2n$, слагаемыми которой являются все четные натуральные числа от 2 до $2n$;
б) сумму $1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1)$, слагаемыми которой являются все нечетные натуральные числа от 1 до $2n - 1$.

609. Найдите сумму:

а) всех натуральных чисел, не превосходящих 150;
б) всех натуральных чисел от 20 до 120 включительно;
в) всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 300;
г) всех натуральных чисел, кратных 7 и не превосходящих 130.

610. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с пятнадцатого по тридцатый включительно, если первый член равен 10 и разность равна 3.

611. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с шестого по двадцать пятый включительно, если первый член равен 21 и разность равна $-0{,}5$.