План-конспект урока в 9 классе по геометрии по теме: «Формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности»

Учителя-практиканта МОУ-ООШ №6 г. Аткарска
Нестеровой Натальи Сергеевны

Тип урока: урок изучения нового материала.

Цель урока: вывести формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности.

Задачи урока:

Дидактические:

– сформировать у учащихся умение выводить формулы радиусов вписанных окружностей правильных многоугольников, их площадей и сторон;

– научить пользоваться полученными формулами при решении задач.

Развивающие:

– развивать познавательный интерес учащихся;

– развивать умение выдвигать и обосновывать свои предположения.

Воспитательные:

– формировать потребность в самообразовании;

– воспитывать аккуратность, внимательность, наблюдательность

Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный

Оборудование: компьютер, интерактивная доска, презентация Power Point «Формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности».

Методические особенности: Урок разработан по учебнику: *Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – 20-е изд. – М. : Просвещение, 2010. – 384 с. : ил.*

Ход урока

I. Организационный момент (1 минута).

II. Собственно урок (41 минута)

1. Актуализация знаний – фронтальный опрос (7 минут)

Перед проведением фронтального опроса к доске вызываются 2 человека для доказательства теорем о вписанной в правильный многоугольник и описанной около правильного многоугольника окружностях, все остальные учащиеся отвечают на вопросы учителя.

– Какая формула используется для вычисления суммы углов выпуклого многоугольника? // Сумма углов выпуклого многоугольника вычисляется по формуле $\boldsymbol{S_\alpha = 180° \cdot (n-2)}$.

– Назовите формулу для вычисления угла правильного $n-$угольника // Угол правильного $n-$ угольника вычисляется по формуле $\boldsymbol{\alpha_n = \frac{180° \cdot (n-2)}{n}}$.

– Сформулируйте следствия из теорем о вписанной в правильный многоугольник и описанной около правильного многоугольника окружностях // *Следствие №1:* Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается сторон многоугольника в их серединах. *Следствие №2:* Центр окружности, описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же многоугольник.

– Что называется центром правильного многоугольника? // В правильном многоугольнике центр вписанной и описанной окружностей совпадают. Это точка называется центром правильного многоугольника.

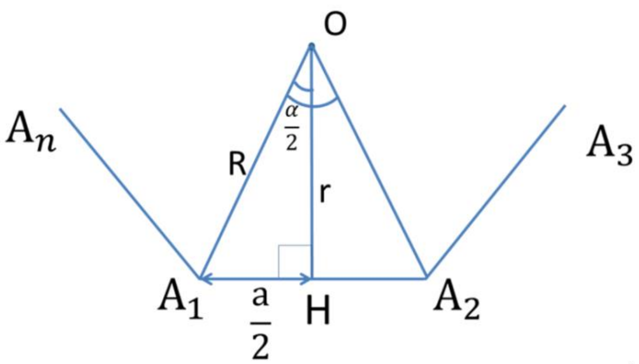
После фронтального опроса заслушиваются доказательства теорем, записанных на доске.

2. Изучение нового материала – беседа с учащимися (15 минут)

Задача №1:

Докажите, что в правильном $n-$угольнике его площадь, сторона и радиус вписанной окружности вычисляются по формулам:

$S = \frac{1}{2}P \cdot r$, $a_n = 2R \cdot \sin\frac{180°}{n}$, $r = R \cdot \cos\frac{180°}{n}$, где n – количество сторон правильного многоугольника, R – радиус описанной окружности.



Учащиеся выполняют данный чертеж в своих тетрадях, учитель – на доске, затем идет обсуждение решения задачи.

– Пусть нам над правильный n-*угольник* со стороной a, точка O – центр правильного многоугольника, R и r - радиусы описанной и вписанной окружностей соответственно, OH – высота, $\angle A_1OA_2 = \alpha$.

– Посмотрите на ΔA_1OH. Каков его вид? // ΔA_1OH – прямоугольный.

– Чему равен $\angle A_1OH$, если известно, что число сторон многоугольника равно n? // $\angle A_1OH = \frac{360°}{2n} = \frac{180°}{n}$.

– Выразите $\sin\angle A_1OH = \sin\frac{\alpha}{2} = \sin\frac{180°}{n}$ // $\sin\frac{180°}{n} = \frac{A_1H}{A_1O} = \frac{a}{2R}$.

– Какое равенство мы уже получили? // $\sin\frac{180°}{n} = \frac{\mathrm{a}}{2\mathrm{R}}$.

– Какой же вид примем формула для нахождения стороны правильного - *угольника*, если $a = a_n$? // $\boldsymbol{a_n = 2R \cdot \sin\frac{180°}{n}}$.

– А как будет выглядеть формула для нахождения радиуса описанной около правильного $n -$ угольника окружности из полученного ранее равенства? // $\boldsymbol{R = \frac{a_n}{2\sin\frac{180°}{n}}}$.

– Найдите $\mathrm{tg}\ \angle A_1OH = \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \mathrm{tg}\frac{180°}{n}$ // $\mathrm{tg}\frac{180°}{n} = \frac{A_1H}{OH} = \frac{a}{2r}$.

– Какую формулу мы получили? // $\mathrm{tg}\frac{180°}{n} = \frac{a}{2r}$.

– Выведите из полученного равенство формулу для нахождения радиуса r вписанной окружности // $\boldsymbol{r = \frac{a_n}{2\,\mathrm{tg}\frac{180°}{n}}}$.

– Выразите $\cos\angle A_1OH = \cos\frac{\alpha}{2} = \cos\frac{180°}{n}$ // $\cos\frac{180°}{n} = \frac{OH}{\mathrm{A_1O}} = \frac{r}{R}$.

– Какую формулу мы получили? // $\cos\frac{180°}{n} = \frac{r}{R}$

– Выведите из полученной формулы формулу для нахождения радиуса r вписанной окружности // $\boldsymbol{r = R \cdot \cos\frac{180°}{n}}$.

– Как вычислить периметр P правильного $n -$ угольника? // $\boldsymbol{P = n \cdot a_n}$.

– А теперь выведем формулу для нахождения площади S правильного $n -$ угольника. На сколько треугольников, равных $\Delta\mathrm{A_1OH}$, можно разбить наш многоугольник? // $2n$ треугольников.

– Как мы можем найти площадь $\Delta\mathrm{A_1OH}$? // $S_{\Delta\mathrm{A_1OH}} = \frac{r \cdot a}{2 \cdot 2} = \frac{r \cdot a_n}{2 \cdot 2}$.

– Выведите формулу для нахождения площади правильного *n-угольника* // $\boldsymbol{S} = 2n \cdot S_{\Delta\mathrm{A_1OH}} = 2n \cdot \frac{r \cdot a}{2 \cdot 2} = \frac{n \cdot a \cdot r}{2} = \frac{n \cdot r \cdot a_n}{2} = \boldsymbol{\frac{1}{2}P \cdot r},$ так как $P = n \cdot a_n$.

– Итак, мы с вами доказали справедливость формул. Давайте запишем все, что мы получили в одну таблицу.

Формула периметра P правильного $n -$ угольника	$\boldsymbol{P = n \cdot a_n}$
Формула стороны a_n	$\boldsymbol{a_n = 2R \cdot \sin\frac{180°}{n}}$

Формула радиуса R описанной окружности	$\boldsymbol{R = \dfrac{a_n}{2\sin\dfrac{180^\circ}{n}}}$
Формула радиуса r вписанной окружности	$\boldsymbol{r = \frac{a_n}{2\,\mathrm{tg}\frac{180^\circ}{n}}}$ или $\boldsymbol{r = R \cdot \cos\frac{180^\circ}{n}}$
Формула площади правильного $n-$ угольника	$\boldsymbol{S = \dfrac{1}{2}P \cdot r}$

3. Усвоение изученного материала – работа в группах (4 минуты)

– Теперь решим следующую задачу:

<u>Задача №2:</u>

В правильном многоугольнике число сторон равно n, а радиус описанной около него окружности равен R. Вычислите сторону, площадь и радиус вписанной в него окружности, если известно, что $n = 3$ (1 ряд); $n = 4$ (2 ряд); $n = 6$ (3 ряд). Полученные ответы внесите в следующую таблицу:

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{a_n = 2R \cdot \sin\dfrac{180^\circ}{n}}$	$\boldsymbol{r = R \cdot \cos\dfrac{180^\circ}{n}}$	$\boldsymbol{S = \dfrac{1}{2}P \cdot r}$
3	$R\sqrt{3}$	$\dfrac{1}{2}R$	$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}R^2$
4	$R\sqrt{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}R$	$2R^2$
6	R	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}R$	$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}R^2$

4. Закрепление изученного материала – ответ у доски с комментарием (15 минут)

Учащиеся выполняют №1087 (1,2), № 1094 (б), №1089, (каждый номер один учащийся решает у доски, все остальные решают в тетради).

<u>№1087:</u>

На рисунке 311 (а) изображен квадрат, вписанный в окружность радиуса R. Перечертите таблицу в тетрадь и заполните пустые клетки (a_4 – сторона квадрата).

$\boldsymbol{N}$	$\boldsymbol{R}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{a_4}$	$\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{S}$
1			6		
2		2			
3	4				
4				28	
5					16

№1094:

Найдите площадь S правильного $n-$угольника, если: б) $n = 3,\ P = 24$ см.

№1089:

Периметр правильного треугольника, вписанного в окружность, равен 18 см. Найдите сторону квадрата, вписанного в ту же окружность.

III. Итог урока (3 минуты).

– Рефлексия:

Чему был посвящен этот урок? Если ли какие-то вопросы по данному материалу? Возникли ли трудности при решении задач?

– Оценивание деятельности учеников – поурочный балл.

– Домашнее задание: п. 108, выучить вывод формул для нахождения стороны, площади и радиуса вписанной и описанный окружностей правильных многоугольников, решить №1087 (3,5), №1088 (2,5), №1093.

N	R	r	a_4	P	S
1			6		
2		2			
3	4				
4				28	
5					16

1088 На рисунке 311, *б* изображен правильный треугольник, вписанный в окружность радиуса R. Перечертите таблицу в тетрадь и заполните пустые клетки (a_3 — сторона треугольника, P — периметр треугольника, S — его площадь, r — радиус вписанной окружности).

N	R	r	a_3	P	S
1	3				
2					10
3		2			
4			5		
5				6	

1089 Периметр правильного треугольника, вписанного в окружность, равен 18 см. Найдите сторону квадрата, вписанного в ту же окружность.

1090 Сечение головки газового вентиля имеет форму правильного треугольника, сторона которого равна 3 см. Каким должен быть минимальный диаметр круглого железного стержня, из которого изготовляют вентиль?

1091 Поперечное сечение деревянного бруска является квадратом со стороной 6 см. Найдите наибольший диаметр круглого стержня, который можно выточить из этого бруска.

1092 Около окружности описаны квадрат и правильный шестиугольник. Найдите периметр квадрата, если периметр шестиугольника равен 48 см.

1093 Около правильного треугольника описана окружность радиуса R. Докажите, что $R = 2r$, где r — радиус окружности, вписанной в этот треугольник.