**План – конспект урока**

Класс: 10

Тема урока: Методы решения тригонометрических уравнений

Тип урока: урок – лекция, урок изучения нового материала

Цели урока:

* предметные: научить решать некоторые виды тригонометрических уравнений (квадратные) относительно одной из тригонометрических функций; однородные уравнения первой и второй степени относительно  и
* метапредметные: развивать культуру мысли, культуру речи и умение работать с тетрадью и доской;
* личностные: воспитывать самостоятельность и умение преодолевать трудности.

Оборудование: компьютер с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, презентация по теме урока

Структура урока

1. Организационный момент
2. Изучение нового материала
3. Итоги урока
4. Домашнее задание

Ход урока – лекции

1. Организационный момент – 1 минута

«Здравствуйте, дорогие учащиеся. Я как всегда рада видеть Вас в нашем замечательном классе. Предлагаю Вам сегодня посетить не просто урок, а урок – лекцию, получить знания в новом формате.

Открываем тетради, записываем тему урока. Основные положения по теории прошу отслеживать на доске и записывать в тетрадь. Приступим к работе».

1. Изучение нового материала – 45 минут

«Прежде всего, вспомним, чтона предыдущих уроках мы с вами научились решать простейшие уравнения вида: а сегодня мы познакомимся с

* квадратными уравнениями относительно и (при решении данного вида уравнений будем использовать метод замены переменной и метод разложения на множители);
* применением тригонометрических формул при решении тригонометрических уравнений;
* однородными уравнениями первого и второго рода.

Но для начала, познакомимся с основными методами решений тригонометрических уравнений.

Для решения тригонометрических уравнений используют два основных метода: введение новой переменной и метод разложения на множители.

Рассмотрим примеры на использование метода ведения новой переменной [36].

Пример 1. Решить уравнение

Решение. Обозначим и перепишем уравнение (1) в виде все решения которого составляют единственную серию .

Теперь найдем все решения уравнения (1):

.

Ответ: .

Пример 2. Решить уравнение

- 4 (2)

Решение. Уравнение (2) квадратное относительно

Обозначим и перепишем уравнение(2) в виде:

(3)

Перед нами стандартное квадратное уравнение. Решаем его по известным нам формулам. Получаем два корня: и , следовательно, множество решений уравнения (2) является объединением множества решений двух уравнений:



* + - * 1. – решений нет, так как 3 > 1, а для любого

Ответ:

Подведем итог и выведем алгоритм для решения уравнений методом замены переменной.

*Алгоритм*

1. *Внимательно рассмотреть уравнение;*
2. *Обозначить неизвестную функцию за новую переменную t;*
3. *Решить уравнение относительно t;*
4. *Вернуться к исходной функции и получить ответ.*

Предлагаю Вам просмотреть подробное решение Примера 2 в электронной среде при помощи онлайн-калькулятора Math24.Biz − [https://math24.biz/equation - Math24.Biz](https://math24.biz/equation%20-%20Math24.Biz) на проверку правильности решения и построить график функции Рисунок – Решение уравнения) при помощи онлайн – построителя Граф.Решишь − <http://graph.reshish.ru/>.

Теперь поговорим о втором методе решения тригонометрических уравнений – метод разложения на множители.

Решение уравнений, левая часть которых разлагается на множители, а правая равна нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, а остальные (при этом значении переменной) имеют смысл, также сводится к решению простейших тригонометрических уравнений и к проверке того, не теряют ли смысл остальные множители при этом значении переменной. Т.е. если уравнение удаётся преобразовать к виду , то либо , либо. В подобных случаях обычно говорят так: задача сводится к решению совокупности уравнений

При решении тригонометрических уравнений, решаемых разложением на множители, нужно использовать все известные способы разложения на множители: вынесения общего множителя за скобки; группировка; применение формул сокращённого умножения и деления, искусственные приёмы.

Рассмотрим пример.

Пример 3. Решить уравнение*:*

(3)

Решение. Применяя формулу синуса суммы двух углов (<https://www.fxyz.ru>) перепишем уравнение (3) в виде

Обозначим перепишем уравнение (4) в виде

Уравнение (5) имеет две серии решений:

1. *2) + .*

Следовательно,

откуда найдем две серии решений уравнения (4):

Следовательно, уравнение (3) имеет те же серии решений.

Ответ:

Очень важно! После решения данного уравнения у Вас должен возникнуть вопрос – «А верно ли, что в записях корней мы использовали в качестве параметра различные буквы?».

Ответ – «Верно, так как при записи используется одна и та же буква, только сначала n, потом m, так как здесь речь идет о совокупности уравнений, а вот в системах это принципиально».

Переходим к однородным уравнениям.

*Определение:* Уравнение вида называют *однородным тригонометрическим уравнением первой степени* относительно В результате получается уравнение вида

Определение*:* Уравнение вида называется *однородным тригонометрическим уравнением второй степени* относительно

Если , то разделим обе части уравнения на получаем уравнение

Если , то уравнение принимает вид и решается разложением на множители левой части: .

Сначала поговорим о решении однородных тригонометрических уравнений первой степени, причём рассмотрим только самый общий случай, когда оба коэффициента (*a* и *b*) отличны от нуля, т.к. если , уравнение принимает вид, т.е. такое уравнение отдельного обсуждения не заслуживает. Аналогично, получаем: , что тоже не требует отдельного обсуждения.

Итак, дано уравнение , где . Разделив обе части уравнения почленно на , получим:

т. е.

В итоге приходим к простейшему тригонометрическому уравнению

Внимание!Вообще-то, делить обе части уравнения на одно и то же выражение можно только в том случае, когда мы уверены, что это выражение нигде не обращается в ноль (на 0 делить нельзя).

Уверены ли мы, что в рассматриваемом случае, что отличен от нуля?

Давайте проанализируем. Предположим, что. Тогда однородное уравнение примет вид , т.е. ().

Получается, что и и, а это не возможно, т.к. и обращаются в нуль в различных точках. Итак, в однородном тригонометрическом уравнении первой степени деление обеих частей уравнения на - вполне благополучная операция.

Уравнения вида тоже называют однородными тригонометрическими уравнениями первой степени. Для их решения обе части уравнения почленно делят на .

Пример 4. Решить уравнение

(6)

Решение. Уравнение (6) однородное уравнение первой степени, оно равносильно уравнению

Уравнение (7), а значит, и равносильное ему уравнение (6) имеет единственную серию решений

*+ πn, n ∊ Z.*

*Ответ: + πn, n ∊ Z.*

Теперьрассмотрим однородное тригонометрическое уравнение второй степени

Если коэффициент отличен от нуля, т.е. в уравнении содержится член с каким-то коэффициентом, отличным от нуля, то, рассуждая как и выше, легко убедится в том, что при интересующих нас значениях переменной не обращается в нуль, а потому можно обе части уравнения разделить почленно на :

+

Это квадратное уравнение относительно новой переменной .

Пусть теперь в однородном тригонометрическом уравнении

коэффициент , т.е. отсутствует член . Тогда уравнение принимает вид

Это уравнение можно решить методом разложения на множители:

и

Получились два уравнения, которые мы решать умеем.

Аналогично обстоит дело и в случае, когда, т.е. когда однородное уравнение имеет вид (здесь можно вынести за скобки ).

Получаем алгоритм решения уравнения вида [5]

1. Посмотреть, есть ли в уравнении член .
2. Если член в уравнении содержится (т.е.), то уравнение решается делением обеих частей на и последующим введением новой переменной .
3. Если член в уравнении не содержится (т.е.), то уравнение решается методом разложения на множители: за скобки выносится.

Так же обстоит дело и в однородных уравнениях вида

Пример 5. Решить уравнение:

(8)

Решение. Уравнение (8) однородное второй степени, оно равносильно уравнению

– 4

Так как уравнение имеет два корня и все решения уравнения (9), а значит, и равносильного ему уравнения (8) являются объединением всех решений двух уравнений:

1. *2) ;*

*+ πm, m ∊ Z.*

Ответ:  *+ πm, m ∊ Z.*

Итоги урока. «Наша лекция подошла к концу и мне хотелось бы узнать, что нового и полезного Вы извлекли за сегодняшний урок для себя? Над чем бы хотели больше поработать? Есть ли материал, который усвоился Вами плохо?

В качестве домашнего задания предлагаю Вам прорешать систему тренировочных упражнений (Приложение А).

Спасибо за урок!»