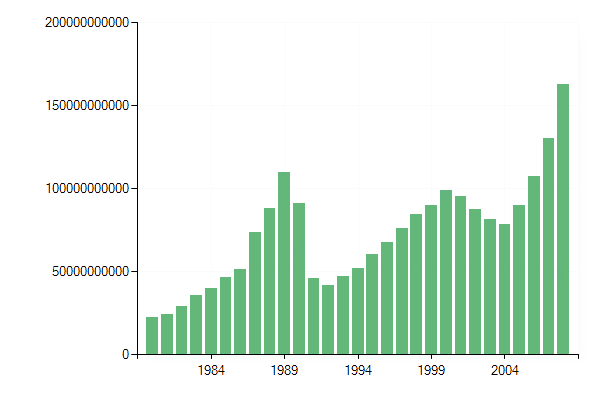
1. Цена билета на одну поездку в московском метро на 15 мая 1998 года составляла 2 рубля, а на 15 мая 2008 года 19 рублей. На сколько процентов поднялась за эти десять лет цена билета на одну поездку?

**Правильный ответ: 850**

В рублях прибавка составила 17 рублей, то есть сумму, в 8,5 раз большую, чем 2 рубля. Значит, в процентах прибавка составила 850%

2. На графике показан ВВП Египта в долларах США по годам. Сколько лет за период с 1991-го по 2001-й годы включительно наблюдался спад ВВП Египта по отношению к предыдущему году?



**Правильный ответ: 3**

ВВП в каждом конкретном году обозначен прямоугольником на диаграмме. Что же значит «спад по отношению к предыдущему году»? Это значит, что соответствующий году прямоугольник ниже, чем предыдущий. В период с 1991 по 2001 год таких было три, соответствующих 1991, 1992 и 2001 год.

3. Найти площадь четырехугольника http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ABCD&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1, если его вершины имеют координаты http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20A%281%3B1%29%2C%20B%28-3%3B2%29%2C%20C%283%3B1%29&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1и http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20D%282%3B-2%29&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1.

Начало формы

Ответ: 

Конец формы

**Ответ верный!**

Проще всего найти площадь http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ABCD&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1как сумму площадей треугольников http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ABC&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1и http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ACD&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1. Основание этих треугольников – http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20AC&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1– равно http://l.wordpress.com/latex.php?latex=2&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1, а высоты соответственно http://l.wordpress.com/latex.php?latex=1&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1и http://l.wordpress.com/latex.php?latex=3&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1. Итак, площадь http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ABCD&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1есть http://l.wordpress.com/latex.php?latex=1%2B3%3D4&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1.

**Правиль ответ: 4**

Проверьте, как вы соединили вершины четырехугольника. Они должны быть соединены по порядку: http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ABCD&bg=FFCACA&fg=000000&s=1. Полученный невыпуклый четырехугольник разбиваем на треугольники http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ABC&bg=FFCACA&fg=000000&s=1и http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ACD&bg=FFCACA&fg=000000&s=1. Основание этих треугольников – http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20AC&bg=FFCACA&fg=000000&s=1– равно http://l.wordpress.com/latex.php?latex=2&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, а высоты соответственно http://l.wordpress.com/latex.php?latex=1&bg=FFCACA&fg=000000&s=1и http://l.wordpress.com/latex.php?latex=3&bg=FFCACA&fg=000000&s=1. Итак, площадь http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ABCD&bg=FFCACA&fg=000000&s=1есть http://l.wordpress.com/latex.php?latex=1%2B3%3D4&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.

4. Признанный сердцеед Хуан Гарсия Санчес Веласкес де Кабрал каждый вечер играет на гитаре под окном неприступной красавицы Сесилии Кончиты Сантамарии Гальего. Вероятность того, что она в знак любви бросит ему красную розу, равна 0,1 в отдельно взятый вечер. Какие шансы, что Хуан Гарсия Санчес Веласкес де Кабрал завоюет сердце Сесилии Кончиты Сантамарии Гальего, если её соседи согласны терпеть его бренчание только четыре вечера?

**Правильный ответ: 0,3439**

Вероятность получить красную розу в знак любви в отдельно взятый вечер равна http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C1&bg=FFCACA&fg=000000&s=1. Хуан Гарсия (если ему повезет!) может получить ее в первый вечер, во второй, в третий или в четвертый, причем вероятности каждого из этих событий разные.

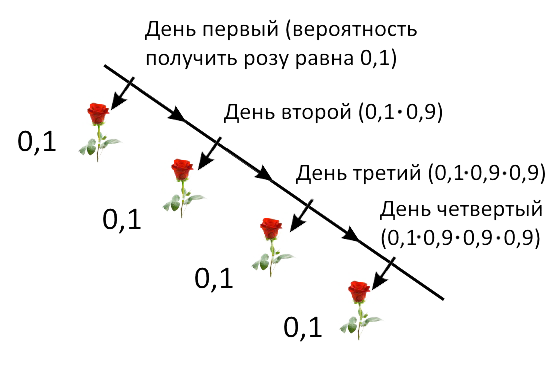
В первый вечер: вероятность получить красную розу равна http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C1&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.

Во второй вечер: http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C9%20%5Ccdot%200%2C1&bg=FFCACA&fg=000000&s=1– поскольку с вероятностью http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C9&bg=FFCACA&fg=000000&s=1Хуан Гарсия во второй вечер вообще оказался под окном Сесилии Кончиты.

В третий вечер: http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C9%20%5Ccdot%200%2C9%20%5Ccdot%200%2C1&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.

В четвертый вечер: http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C9%20%5Ccdot%200%2C9%20%5Ccdot%200%2C9%20%5Ccdot%200%2C1&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.

Итак, вероятность для Хуана Гарсии завоевать сердце Сесилии Кончиты Сантамарии Гальего равна http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C1%20%2B%200%2C9%20%5Ccdot%200%2C1%20%2B%200%2C9%20%5Ccdot%200%2C9%20%5Ccdot%200%2C1%20%2B%200%2C9%20%5Ccdot%200%2C9%20%5Ccdot%200%2C9%20%5Ccdot%200%2C1%20%3D%200%2C3439&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.



5. Решить уравнение  
http://l.wordpress.com/latex.php?latex=9%5E%7B3-x%7D%3D27%5E%7Bx%2B1%7D.&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1

**Правильный ответ: 0,6**

Пользуясь тем, что http://l.wordpress.com/latex.php?latex=9%3D3%5E2&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, а http://l.wordpress.com/latex.php?latex=27%3D3%5E3&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, приводим уравнение к виду http://l.wordpress.com/latex.php?latex=3%5E%7B6-2x%7D%3D3%5E%7B3x%2B3%7D&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, откуда следует, что http://l.wordpress.com/latex.php?latex=6-2x%3D3x%2B3&bg=FFCACA&fg=000000&s=1и http://l.wordpress.com/latex.php?latex=x%3D0%2C6&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.

6. В треугольнике http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ABC&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1угол http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20C%20%3D%2090%5E%7B%5Ccirc%7D%2C%20AC%20%3D%2014%2C%20AB%20%3D%2050&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1. Найти расстояние между точкой http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20C&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1и прямой http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20AB&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1.

**Правильный ответ: 13,44**

Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра, опущенного из точки на прямую. По теореме Пифагора находим http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20BC%3D48&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, далее выражаем площадь http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ABC&bg=FFCACA&fg=000000&s=1двумя способами: как половина произведения катетов и как половина произведения http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20AB&bg=FFCACA&fg=000000&s=1на искомый отрезок (высоту, проведенную к гипотенузе). Итак, нужное расстояние есть http://l.wordpress.com/latex.php?latex=14%20%5Ccdot%2048%2F50%20%3D%2013%2C44&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.

7. Прямая http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y%3Dax&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1является касательной к графику функции http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y%3Dx%5E2%2B1&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1, причем абсцисса точки касания меньше нуля. Найдите значение http://l.wordpress.com/latex.php?latex=a&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1.

**Правильный ответ: -2**  
Запишем, при каких условиях прямая http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y%3Dkx%2Bb&bg=FFCACA&fg=000000&s=1является касательной к графику функции http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y%3Df%28x%29&bg=FFCACA&fg=000000&s=1в точке http://l.wordpress.com/latex.php?latex=x_0&bg=FFCACA&fg=000000&s=1:

http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Cleft%5C%7B%5Cbegin%7Bmatrix%7Df%28x%29%3Dkx%2Bb%2C%5C%5C%20f%27%28x%29%3Dk.%20%5Cphantom%7B11111%7D%5Cend%7Bmatrix%7D%5Cright.&bg=FFCACA&fg=000000&s=1

Условия касания прямой http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y%20%3D%20ax&bg=FFCACA&fg=000000&s=1и параболы http://l.wordpress.com/latex.php?latex=x%5E2%2B1&bg=FFCACA&fg=000000&s=1в точке с абсциссой http://l.wordpress.com/latex.php?latex=x_0&bg=FFCACA&fg=000000&s=1выглядят так:

http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Cleft%5C%7B%5Cbegin%7Bmatrix%7Da%3D2x_0%2C%20%5Cphantom%7B1111%7D%5C%5C%20ax_0%3Dx_0%5E2%2B1.%5Cend%7Bmatrix%7D%5Cright.&bg=FFCACA&fg=000000&s=1

Решая эту систему и принимая во внимание, что http://l.wordpress.com/latex.php?latex=x_0%20%3C%200&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, имеем http://l.wordpress.com/latex.php?latex=a%3D-2&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.

Запомните условия касания! Пригодятся и в задачах части 1, и в задачах с параметрами (С5).

8. В правильной четырехугольной пирамиде http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20SABCD&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1точка http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20E&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1– середина ребра http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20AB&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1, боковое ребро http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20SC&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1равно http://l.wordpress.com/latex.php?latex=4&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1, длина отрезка http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20SE&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1равна http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Csqrt%7B10%7D&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1. Найти объем пирамиды http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20SABCD&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1.

**Правильный ответ: 16**  
Найдем сначала сторону основания пирамиды. По теореме Пифагора для треугольника http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20SAE&bg=FFCACA&fg=000000&s=1получаем, что http://l.wordpress.com/latex.php?latex=AE%3D%5Csqrt%7B6%7D&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, соответственно, сторона основания пирамиды есть http://l.wordpress.com/latex.php?latex=2%5Csqrt%7B6%7D&bg=FFCACA&fg=000000&s=1. Если обозначить центр основания за http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20H&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, то высоту пирамиды http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20SH&bg=FFCACA&fg=000000&s=1найдем по теореме Пифагора для треугольника http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20SHE&bg=FFCACA&fg=000000&s=1– она равна http://l.wordpress.com/latex.php?latex=2&bg=FFCACA&fg=000000&s=1. Применяя формулу для объема пирамиды, получаем ответ: http://l.wordpress.com/latex.php?latex=16&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.

9. Найдите http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Csin%20%5Calpha&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1, если известно, что http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20ctg%5Cmkern%202mu%5Calpha%20%3D%20-0%2C75&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1и 2π < α < 3π

**Правильный ответ: 0,8**

Наш угол лежит во второй четверти, значит, его синус положителен. Пользуясь формулой http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20%5Cfrac%7B%5Cdisplaystyle%201%7D%7B%5Cdisplaystyle%20%5Csin%5E2%20%5Calpha%7D%3Dctg%5E2%5Cmkern%202mu%5Calpha%20%2B%201&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, находим ответ: http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C8&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.

10. Дальность полета http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20L&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1мяча, брошенного под углом α (0° < α < 90°) к горизонту, зависит от начальной скорости http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20V_0&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1и угла http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Calpha&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1по закону http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20L%3D0%2C1%20%5Ccdot%20V_0%5E2%20%5Ccdot%20%5Csin%202%5Calpha&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1, где http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20L&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1измеряется в метрах, а http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20V_0&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1в метрах в секунду. Определить, при каком максимальном значении http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Crm%20%5Calpha&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1дальность полета будет не меньше http://l.wordpress.com/latex.php?latex=5&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1метров, если начальная скорость мяча составляет http://l.wordpress.com/latex.php?latex=10&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1метров в секунду. Ответ дать в градусах.

**Правильный ответ: 75**

Подставив значения величин в формулу для дальности полета, получим неравенство:

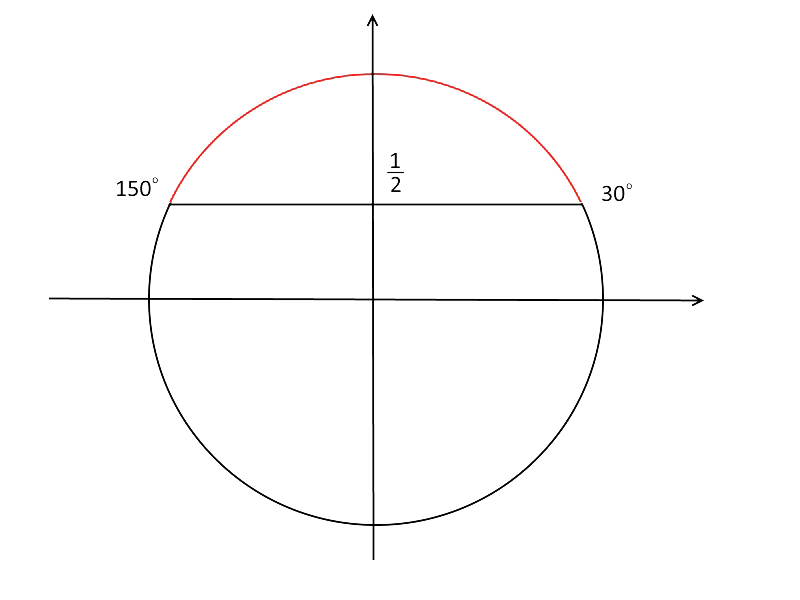
http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Csin%202%20%5Calpha%5Cgeqslant%5Cfrac%7B%5Cdisplaystyle%201%7D%7B%5Cdisplaystyle%202%7D&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.

Как решить такое неравенство? Ошибка, которую многие допускают, — «превращают» его в уравнение (и получают неверный ответ http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Calpha%3D15&bg=FFCACA&fg=000000&s=1градусов).

Правильно будет воспользоваться тригонометрическим кругом (или же графиком функции http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y%3D%20%5Csin%202%20%5Calpha&bg=FFCACA&fg=000000&s=1).

Обозначим http://l.wordpress.com/latex.php?latex=2%20%5Calpha%20%3D%20t&bg=FFCACA&fg=000000&s=1,

http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Csin%20t%5Cgeqslant%5Cfrac%7B%5Cdisplaystyle%201%7D%7B%5Cdisplaystyle%202%7D&bg=FFCACA&fg=000000&s=1



Отсюда с учетом возможного диапазона угла http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Calpha&bg=FFCACA&fg=000000&s=1получаем http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Calpha%20%2830%5E%7B%5Ccirc%7D%20%5Cleqslant%20%5Calpha%20%5Cleqslant%20150%5E%7B%5Ccirc%7D%29&bg=FFCACA&fg=000000&s=1. Значит, максимальное значение http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5Calpha&bg=FFCACA&fg=000000&s=1равно http://l.wordpress.com/latex.php?latex=75&bg=FFCACA&fg=000000&s=1градусов.

11. Иванов, Петров и Сидоров работают малярами. Иванов и Петров вдвоем покрасят один забор за http://l.wordpress.com/latex.php?latex=40&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1минут рабочего времени, Иванов и Сидоров вдвоем покрасят один забор за http://l.wordpress.com/latex.php?latex=50&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1минут рабочего времени, все три маляра вместе покрасят http://l.wordpress.com/latex.php?latex=17&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1заборов за http://l.wordpress.com/latex.php?latex=10&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1часов рабочего времени. Сколько заборов покрасят за http://l.wordpress.com/latex.php?latex=10&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1часов рабочего времени вдвоем Петров и Сидоров?

**Правильный ответ: 7**

Для правильного решения этой задачи обозначьте производительности Иванова, Петрова и Сидорова за http://l.wordpress.com/latex.php?latex=x&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y&bg=FFCACA&fg=000000&s=1и http://l.wordpress.com/latex.php?latex=z&bg=FFCACA&fg=000000&s=1и составьте систему уравнений. Время удобнее выразить в часах.

Иванов и Петров за час покрасят полтора забора, а все три маляра вместе http://l.wordpress.com/latex.php?latex=1%2C7&bg=FFCACA&fg=000000&s=1забора. Значит, один Сидоров за час покрасит http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C2&bg=FFCACA&fg=000000&s=1забора. Поскольку вместе с Ивановым Сидоров за час покрасит http://l.wordpress.com/latex.php?latex=1%2C2&bg=FFCACA&fg=000000&s=1забора, в одиночку Иванов справится за час ровно с одним забором. Значит, Петров за час красит http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C5&bg=FFCACA&fg=000000&s=1забора. Итак, Петров и Сидоров за час красят http://l.wordpress.com/latex.php?latex=0%2C7&bg=FFCACA&fg=000000&s=1заборов, то есть http://l.wordpress.com/latex.php?latex=7&bg=FFCACA&fg=000000&s=1заборов за http://l.wordpress.com/latex.php?latex=10&bg=FFCACA&fg=000000&s=1часов.

12. Найдите наибольшее значение функции http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y%3Dx%5E3%2B%5Cfrac%7B%5Cdisplaystyle%20243%7D%7B%5Cdisplaystyle%20x%7D&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1на отрезке http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5B2%3B4%5D&bg=FFFFFF&fg=000000&s=1.

**Правильный ответ: 129,5**

Наибольшее значение функции на отрезке достигается либо в точке максимума, либо на концах отрезка.

Производная нашей функции есть http://l.wordpress.com/latex.php?latex=3x%5E2-%5Cfrac%7B%5Cdisplaystyle%20243%7D%7B%5Cdisplaystyle%20x%5E2%7D&bg=FFCACA&fg=000000&s=1. Анализируя интервалы знакопостоянства производной, приходим к выводу, что http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y&bg=FFCACA&fg=000000&s=1убывает на http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5B2%3B3%5D&bg=FFCACA&fg=000000&s=1и возрастает на http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5B3%3B4%5D&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, и это значит, что точек максимума на данном отрезке нет.

Значит, наибольшее значение http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y&bg=FFCACA&fg=000000&s=1на http://l.wordpress.com/latex.php?latex=%5B2%3B4%5D&bg=FFCACA&fg=000000&s=1достигается либо при http://l.wordpress.com/latex.php?latex=x%3D2&bg=FFCACA&fg=000000&s=1, либо при http://l.wordpress.com/latex.php?latex=x%3D4&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.  
Расчет показывает, что http://l.wordpress.com/latex.php?latex=y%282%29%20%3E%20y%284%29&bg=FFCACA&fg=000000&s=1.